

Mathematik

Mathematische Fähigkeiten gehören zu den grundlegenden Kulturtechniken. Sie sind einerseits unverzichtbar für die Bewältigung des Alltags und bilden andererseits die Grundlage für weitere Schulbildung und berufliche Laufbahnen.

Bildung und Erziehung

Mathematik trägt wesentlich dazu bei, die Welt rational zu durchdringen und schafft mit den Naturwissenschaften die Grundlagen zur Orientierung in der heutigen technisierten Welt. Die Beschäftigung mit mathematischen Problemen fördert die Fähigkeit der Schüler, auch allgemeine Probleme zu lösen.

Die Schüler lernen zu beobachten und nach Gesetzmäßigkeiten zu suchen, zu ordnen, zu klassifizieren und zu strukturieren, zu verallgemeinern und zu spezifizieren, zu kombinieren und zu variieren. Dadurch wird auch kreatives und intuitives Denken als ein wesentliches Merkmal der Mathematik gefördert.

Die Schüler lernen, Daten zu sammeln und sachgerecht zu bearbeiten, zu messen, zu schätzen, zu überschlagen, zu berechnen, Schaubilder herzustellen und Ergebnisse zu interpretieren.

Sie erfahren die Anwendbarkeit der Mathematik, die es ermöglicht, Problemstellungen zu erschließen, zu bewältigen und so zweckmäßig Entscheidungen zu treffen, erkennen aber auch, dass die Anwendung mathematischer Methoden Grenzen hat.

Sie lernen, konkrete Anschauung und abstraktes Denken, logische Analyse und Synthese zu verbinden. Gleichzeitig entwickeln sie Genauigkeit, Zuverlässigkeit, Sorgfalt und Ausdauer.

Sie lernen, rational zu argumentieren; dazu gehört, Bedingungen anzuerkennen, zu definieren, zu formulieren, zu begründen, zu analysieren und Aussagen zu überprüfen.

Ziele und Inhalte

Der Mathematikunterricht baut auf den in der Grundschule erworbenen Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten auf. Er berücksichtigt, dass das Denken der Schüler zunächst noch an anschauliche Vorstellungen gebunden ist, und ermöglicht deshalb das Sammeln von Erfahrungen durch den handlungsorientierten Umgang mit konkretem Material. Mit zunehmender Reife der Schüler ist es ein besonderes Anliegen des Mathematikunterrichts, die Schüler vom anschaulich-konkreten zum abstrahierenden Denken zu führen.

Ab der 7. Jahrgangsstufe erfolgt eine Differenzierung des Mathematikunterrichts. In den Wahlpflichtfächergruppen I bzw. II/III unterscheidet sich der Unterricht teilweise durch die Lerninhalte und nahezu durchgängig in der Tiefe der behandelten Inhalte sowie in der Höhe der Anforderungen. In der Wahlpflichtfächergruppe I wird Mathematik vertieft unterrichtet.

Arithmetik und Algebra

In der Arithmetik und in der Algebra stehen sicheres Rechnen, die schrittweise Erweiterung der Zahlenbereiche, Termumformungen, das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sowie die Behandlung von Funktionen im Mittelpunkt. Grundlegende Begriffe werden an konkreten, überschaubaren Sachverhalten herausgearbeitet und in verschiedenen Stoffgebieten und Jahrgangsstufen wiederholt, erweitert, vernetzt und vertieft.

Geometrie

In der Geometrie werden die Schüler befähigt, Lagebeziehungen, Größenverhältnisse und figürliche Anordnungen in der Ebene und im Raum zu begreifen, bestimmte Figuren in komplexen Zusammenhängen wieder zu erkennen und entsprechende Untersuchungen durchzuführen. Dabei soll

	auch das ästhetische Empfinden der Schüler weiterentwickelt werden. Aufbau und Betrachtungsweise der ebenen Geometrie orientieren sich vorwiegend an abbildungsgeometrischen Grundsätzen und Vorgehensweisen.
Daten und Zufall	Der Umgang mit statistischen Daten, das Erfassen des Zufalls in Modellen und das Entwickeln eines Wahrscheinlichkeitsbegriffs stehen im Mittelpunkt des Bereichs Daten und Zufall. Da die Antwort auf ein Problem der Datenanalyse selten eine einzige zu errechnende Zahl ist, soll insbesondere hier darauf geachtet werden, dass die Schüler in zusammenhängender Sprache ihre Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen erklären können.
<i>Verflechtung von Algebra und Geometrie</i>	Algebraische Probleme lassen sich häufig geometrisch veranschaulichen, interpretieren und damit leichter lösen. Umgekehrt können viele geometrische Zusammenhänge mit den aus der Algebra bekannten Methoden untersucht werden, was eine vielschichtige und vertiefende Betrachtung im Sinne eines vernetzten und kumulativen Lernens ermöglicht. Die für den Mathematikunterricht an der Realschule charakteristische Verflechtung von Algebra und Geometrie erfährt je nach Wahlpflichtfächergruppe in den verschiedenen Themenbereichen ihre besondere Ausprägung.
<i>Arbeitsweisen</i>	Die Schüler lernen in sachlogischen Zusammenhängen zu denken, Arbeits- und Lösungsstrategien zu entwickeln, kritisch zu urteilen und klar zu entscheiden. Durch systematisches und exemplarisches Arbeiten erwerben sie einen Einblick in verschiedenartige Gebiete der Mathematik mit ihren vielfältigen Querverbindungen. Sie verfügen ggf. über mehrere Lösungswege, können die Qualität der verschiedenen Lösungen beurteilen und erfahren die Leistungsfähigkeit und die Grenzen der Lösungsmethoden. Sie werden mit der Fachsprache der Mathematik vertraut.
<i>Hilfsmittel</i>	Die Schüler werden zu einem zweckmäßigen Einsatz der gebräuchlichen Hilfsmittel wie Zeichengeräte, Formelsammlung und elektronische Rechner geführt.
<i>Praxisorientierung</i>	Um die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik zu zeigen, werden immer wieder praxisbezogene, im Erfahrungsbereich der Schüler liegende Aufgabenstellungen aus Umwelt und Natur herangezogen und mit Hilfe mathematischer Methoden behandelt.
<i>Methodik</i>	Sinnvolles, vertiefendes Üben an unterschiedlichen Beispielen mit offenen und variierenden Aufgabenstellungen festigt erworbene Fertigkeiten. Es ermöglicht die Vernetzung der Inhalte sowie kumulatives Lernen. Ein methodisch abwechslungsreicher, handlungsorientierter Unterricht fördert entdeckendes Lernen und flexibles Denken und weckt Freude an der Mathematik.
Das Fach als Teil des Ganzen	Das Fach Mathematik trägt zur informationstechnischen Grundbildung bei. Die Schüler erkennen, dass der Computer ein hervorragendes Hilfsmittel zur Veranschaulichung und Lösung mathematischer Probleme ist. Mit den Themen Zahlensysteme, Numerik und Algorithmen werden Grundlagen für das Fach Informatik bereitgestellt. Das Fach Mathematik liefert das rechnerische Handwerkszeug für weitere Fächer, wie z. B. die Prozentrechnung für das Fach Rechnungswesen oder die Auswertung von Messreihen oder Tabellen für das Fach Physik. Zusammen mit dem Fach Deutsch wird die Fähigkeit gefördert, Texte zu verstehen und zu analysieren. Die Einordnung bedeutender Mathematiker und wichtiger Entdeckungen in den jeweiligen gesellschaftlichen und historischen Zusammenhang trägt wesentlich zu deren Wertschätzung bei.

5**Mathematik****(5)**

Der Unterricht dieser Jahrgangsstufe baut auf folgenden mathematischen Kenntnissen und Erfahrungen aus der **Grundschule** auf:

- Zahlenbereich: \mathbb{N} bis 1 000 000
- schriftliche Verfahren für Addition, Subtraktion, Multiplikation (Algorithmus nur mit ein- und zweistelligen Faktoren), Division (Algorithmus nur mit einem Divisor bis 20)
- Runden auf Vielfache von 10, 100 oder 1000
- gerundete Zahlen in Diagrammen (z. B. Säulendiagramm) darstellen; Informationen aus Texten, Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnehmen
- Größen (auch in Kommaschreibweise): Geldwerte (Euro, Cent); Zeit (Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr); Länge (mm, cm, m, km); Masse (g, kg); Hohlmaße (ml, l)
- Figuren und Körper: Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat, Kreis
- Würfel, Quader, Kugel, Zylinder, Pyramide, Kegel
- Maßstab (z. B. 1:2; 1:10; 1:50; 1:100)
- Symmetrien: Achsensymmetrie (Fachbegriffe: Symmetrieachse, symmetrisch, deckungsgleich); Einblick in die Drehsymmetrie (Fachbegriffe: Drehpunkt, Drehrichtung); Einblick in die Schiebesymmetrie
- Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel; Zeichnen und Messen von Strecken

Auf der Basis dieser Vorkenntnisse üben die Schüler die grundlegenden Rechenfertigkeiten intensiv ein und befassen sich auf zunächst altersgemäß anschauliche und auch spielerische Weise mit den geometrischen Grundfiguren. Sie lernen, diese Figuren zu erfassen, zu zeichnen und sie als Punktmengen zu verstehen. Anhand von Aufgaben aus dem Alltag festigen und vertiefen sie die Fertigkeit, mit Größen, Maßzahlen und Maßeinheiten zu rechnen und grundlegende mathematische Verfahren (z. B. den Dreisatz) bei der Lösung einfacher Probleme anzuwenden. Dabei gewinnen sie wichtige Einsichten in mathematische Zusammenhänge und üben sich im problemlösenden Denken. An geeigneten Stellen unterstützt der Einsatz des Computers Anschauung und Verständnis. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Am Ende der Jahrgangsstufe 5 sollen die Schüler über folgendes Grundwissen verfügen:

- Rechentechniken in den vier Grundrechenarten
- Rechengesetze auf der Grundlage eines gefestigten Zahlenverständnisses im Zahlenbereich \mathbb{N}_0
- Termwerte im Zahlenbereich der natürlichen Zahlen berechnen
- Lösungsmengen einfacher Gleichungen sowie Ungleichungen im Zahlenbereich der natürlichen Zahlen bestimmen
- Sicheres Rechnen mit gängigen Größen und Maßeinheiten
- Einfache Sachaufgaben lösen
- Die grundlegenden geometrischen Figuren; Bestimmung von Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken
- Volumen und Oberfläche von Würfel und Quader
- Sicherer und sorgfältiger Umgang mit dem Zeichenwerkzeug
- Teilbarkeitsregeln anwenden; größter gemeinsamer Teiler (ggT) und kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)
- Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten

M 5.1 Aufbau des Dezimalsystems (ca. 10 8 Std.)

Ausgehend von den Kenntnissen aus der Grundschule vertiefen die Schüler ihre Einsichten in den Aufbau des Dezimalsystems. (Aus der Geschichte: G. W. Leibniz)

- Anordnung der natürlichen Zahlen; Zahlenhalbgerade; die Beziehungen $<$ und $>$
- ~~Aufbau des Dezimalsystems und Vergleich mit anderen Zahlensystemen (z. B. römische Zahlen, Dualzahlen); Potenzschreibweise von Stufenzahlen; „Zahlenriesen“; Runden~~
- **Das Dezimalsystem als ein Stellenwertsystem; Potenzschreibweise von Stufenzahlen; Runden**

M 5.2 Die vier Grundrechenarten (ca. 40 Std.)

Die Schüler üben sich im Kopfrechnen, sie festigen und erweitern ihre Kenntnisse und Fertigkeiten in den schriftlichen Verfahren der Grundrechenarten, und zwar im uneingeschränkten Zahlenraum der natürlichen Zahlen. Über den ihnen schon bekannten Umgang mit Platzhaltern erarbeiten sie sich in einem anschaulichen, lebensnahen und handlungsorientierten Unterricht den Begriff der Variablen. (Aus der Geschichte: A. Ries, C. F. Gauß)

- besondere Zahlenmengen (\mathbb{N}, \mathbb{N}_0 , z. B. gerade und ungerade Zahlen)
- Addition und Subtraktion; schriftliche Verfahren; Summen und Differenzen
- Multiplikation und Division; schriftliche Verfahren; Produkte und Quotienten
- Einführung von Potenzen; Quadratzahlen
- Verbindung der vier Grundrechenarten; Term; Rechengesetze, Rechenregeln, Regeln für vorteilhaftes Rechnen (Vertauschen von Summanden und Faktoren, Klammern setzen in Summen und Produkten, „Punkt vor Strich“, Rechnungen mit Klammern, Rechnungen mit Potenzen); Überschlagsrechnen
- Terme beschreiben; aus Beschreibungen Terme ableiten
- einfache Gleichungen und Ungleichungen durch Probieren lösen; grundlegende Mengenbegriffe
- Sachaufgaben lösen

M 5.3 Rechnen mit Größen aus dem Alltag (ca. 30 25 Std.)

Die Schüler ~~lernen~~ **vertiefen ihre Kenntnisse über** Maßeinheiten ~~kennen und mit ihnen umzugehen~~. Anhand von anwendungsorientierten Sachaufgaben erfahren, verstehen und üben sie, wie man Größen misst und darstellt. Mit Dreisatzaufgaben werden sie auf die Proportionalitäten und Zuordnungen der nächsten Jahrgangsstufe vorbereitet. Lösungsvariationen und offene Aufgaben fördern vernetztes und kreatives Denken.

- Größen; Maßzahl und Maßeinheit
- Größen messen, verschiedene Messinstrumente kennen lernen
- Maßstab
- mit Größen rechnen (**Komma nur als Trennzeichen zwischen Dezimalen und Vielfachen der Einheit**); Umwandlung in die kleinere bzw. größere Einheit; Größenangaben auch in gemischter Schreibweise und Kommaschreibweise (Umrechnung); Addition und Subtraktion (nicht in Kommaschreibweise)
- Sachaufgaben lösen, einfache Dreisatzaufgaben

M 5.4 Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe (ca. 23 Std.)

Die Schüler wiederholen, erweitern und vertiefen die in der Grundschule erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten aus dem Bereich der ebenen und räumlichen Figuren. Bei der zeichnerischen Darstellung geometrischer Grundfiguren und beim Entwerfen von Mustern üben sie, die Zeichengeräte sicher und sorgfältig zu handhaben. Die Schüler bauen und zeichnen einfache räumliche Modelle und entwickeln dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Hier bietet sich auch der Computereinsatz an. Ihre Tätigkeiten beschreiben die Schüler schriftlich und mündlich.

- Strecke, Halbgerade, Gerade, Kreislinie, Punkt
- Quadrat, Rechteck, Dreieck, Vieleck, Kreisfläche
- Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel
- Netze von Würfeln und Quadern
- Länge einer Strecke; Umfang von Rechteck und Quadrat
- symmetrische Figuren
- senkrechte und parallele Geraden
- Figuren im Gitternetz zeichnen

M 5.5 Flächenmessung **(ca. 12 Std.)**

Die Schüler vergleichen, schätzen und messen Flächen mithilfe konkret-anschaulicher Verfahren. Die gewonnenen Erkenntnisse wenden sie bei der Lösung von Sachproblemen an.

- Vergleich von Flächen mit ungenormten und genormten Einheiten
- Messen von Flächen; Umrechnen von Flächeneinheiten
- Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat
- Oberfläche von Quader und Würfel
- Sachaufgaben

M 5.6 Raummessung **(ca. 12 Std.)**

Aufbauend auf den Überlegungen zur Flächenmessung befassen sich die Schüler mit Fragen der Raummessung und bestimmen die Rauminhalte einfacher geometrischer Körper.

- Vergleich von Rauminhalten mit ungenormten und genormten Einheiten
- Messen von Rauminhalten; Umrechnung von Raumeinheiten (mm^3 bis m^3 , ml, cl, l, hl)
- Volumen von Würfel und Quader
- Sachaufgaben

M 5.7 Teilbarkeit natürlicher Zahlen **(ca. 13 11 Std.)**

Die Schüler entdecken Teilbarkeitsregeln und lernen die Primfaktorzerlegung kennen und anzuwenden. Sie vertiefen dabei ihre Einsicht in den Aufbau der natürlichen Zahlen ~~und verschaffen sich die Grundlage für das Rechnen mit Brüchen in der nächsten Jahrgangsstufe.~~

(Aus der Geschichte: Eratosthenes, L. Euler)

- Teiler und Teilmengen
- ~~- Teilbarkeit durch 2, 5, 10, 25, 100; Teilbarkeit durch 4, 8, 3, 9, 6~~
- **Teilbarkeitsregeln**
- ~~- größter gemeinsamer Teiler (ggT); kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)~~
- Primfaktorzerlegung; **größter gemeinsamer Teiler (ggT), kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) anhand einfacher Zahlenbeispiele**

M 5.8 Daten und Zufall **(ca. 9 Std.)**

Die Schüler lernen Daten in Tabellen und Diagrammen darzustellen und Informationen aus diesen Darstellungen herauszulesen und zu beurteilen. Ihnen wird bewusst, dass bei der Darstellung von Daten in Tabellen und Diagrammen Informationen verloren gehen können. Bei der Beschäftigung mit einfachen Zufallsexperimenten lernen sie das Zählprinzip mit Hilfe von Baumdiagrammen kennen.

- Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten; absolute Häufigkeit
- Durchführung und Auswertung von ein- und zweistufigen Zufallsversuchen (Laplace-Experiment)
- Anbahnen des Abzählens mit Hilfe von Baumdiagrammen

Im Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 5 haben die Schüler ihre Kenntnisse und Fertigkeiten in den Grundrechenarten gefestigt, vertieft und erweitert. Auch in der Jahrgangsstufe 6 üben die Schüler diese Kenntnisse und Fertigkeiten anhand von Aufgaben aus ihrem Erfahrungsbereich weiterhin ein, und zwar mit dem Ziel eines soliden, stets verfügbaren Grundwissens. Gleichzeitig lernen sie nun, bei allen mathematischen Arbeiten die korrekten Begriffe zu verwenden, systematisch vorzugehen, Lösungsstrategien zu erarbeiten und einzusetzen. Dabei werden sie schrittweise in deduktives Denken eingeführt, das sie für die allmählich zunehmende Abstraktion in den Inhalten brauchen. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Rechentechniken (einschließlich Schätzen, Runden und Überschlagsrechnen) und Rechengesetze in den vier Grundrechenarten auf der Grundlage eines gefestigten Zahlenverständnisses im Zahlenbereich der Menge \mathbb{Q}_0^+ der positiven rationalen Zahlen
- Termwerte im Zahlenbereich der positiven rationalen Zahlen berechnen
- Lösungsmengen einfacher Gleichungen durch Äquivalenzumformungen über verschiedenen Grundmengen bestimmen
- direkt proportionale Zusammenhänge erkennen und in Sachaufgaben anwenden
- Potenzbegriff kennen und anwenden
- Addition und Subtraktion in der Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen
- Tabellen und Diagramme erstellen und auswerten
- Eigenschaften und die Abbildungsvorschrift der Achsenspiegelung kennen und daraus die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren ableiten
- Achsenspiegelung durchführen und erkennen
- Winkel messen und zeichnen
- **relative Häufigkeiten berechnen**

M 6.1 Erweiterung des Zahlenbereichs:

(ca. 15 13 Std.)

Menge \mathbb{Q}_0^+ der positiven rationalen Zahlen

Die Schüler erschließen sich den Bruchbegriff zunächst anhand einer Alltagssituation. Auf die bildliche Darstellung des Bruchbegriffs folgt in einem weiteren Schritt die Darstellung mit dem Symbol der Bruchzahl.

- Brüche: Bruchteile von Größen; Einführung des Begriffs Bruch mit Zähler und Nenner
- ~~Brüche als neue Zahlen auf der Zahlenhalbgeraden~~
- die positive rationale Zahl als Wert eines Quotienten
- Erweitern und Kürzen; gleichnamige Brüche; Größenvergleich von positiven rationalen Zahlen

M 6.2 Rechnen mit positiven rationalen Zahlen

(ca. 26 22 Std.)

Die Schüler führen bei wiederholenden, vertiefenden, vor allem aber anwendungsorientierten Sachaufgaben alle Grundrechenarten mit den bereits bekannten Rechenregeln durch und festigen ihre Kenntnisse. Im Vordergrund steht dabei das Anwenden der Rechenregeln und nicht das Rechnen mit schwierigem Zahlenmaterial bzw. komplexen Termen.

Der Themenbereich wird in der Jahrgangsstufe 7 vertieft und erweitert.

- Addition und Subtraktion; ~~den Hauptnenner über das kgV ermitteln~~
- Multiplikation und Division; Verbindung der vier Grundrechenarten, auch mit Potenzen
- Rechengesetze (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz)
- Anwendungen in Sachaufgaben (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen);

arithmetisches Mittel**M 6.3 Dezimalbrüche; Rechnen mit Dezimalbrüchen** (ca. 27 25 Std.)

Die Schüler erweitern ihr Wissen über den Aufbau des Dezimalsystems und lernen das Rechnen mit Dezimalbrüchen, wobei sich die Anforderungen an den in der Praxis vorkommenden Werten orientieren. In Sachaufgaben wenden sie das Runden und das Überschlagsrechnen an.

- dezimale Schreibweise von Brüchen; Stellenwerte nach dem Komma; Runden
- endliche Dezimalbrüche; nicht endliche periodische Dezimalbrüche
- die vier Grundrechenarten bei positiven rationalen Zahlen in der Dezimalschreibweise
- mit Größen rechnen; Anwendungen in Sachaufgaben (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen)

M 6.4 Gleichungen und Ungleichungen (ca. 18 16 Std.)

Auf den Vorkenntnissen aus der 5. Jahrgangsstufe aufbauend unterscheiden die Schüler zwischen Term, Aussage und Gleichung bzw. Ungleichung. Sie erkennen, dass jeder Belegung ein Termwert zugeordnet ist, und entdecken durch Vergleichen die Äquivalenz von Termen. Sie finden Lösungselemente von Gleichungen und Ungleichungen und erkennen dabei den Einfluss der Grundmenge auf die Lösungsmenge.

- numerische und grafische Wertetabellen zu Termen; Grundmenge (ggf. Definitionsmenge)
- Äquivalenz von Termen und von Gleichungen bzw. Ungleichungen; Grundmenge (ggf. Definitionsmenge)
- Gleichungen und Ungleichungen über verschiedenen Grundmengen, Lösungsmenge, Intervalle
- Gleichungen der Form $ax + b = c$ mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen

M 6.5 Direkte Proportionalität (ca. 15 13 Std.)

An geeigneten Beispielen aus ihrem Erfahrungsbereich entdecken die Schüler die direkte Proportionalität und ihre Kennzeichen. Sie arbeiten mit Tabellen und Diagrammen, auch am Computer. Die Schüler finden Verfahren, die es ihnen ermöglichen, viele praktische Probleme des Alltags quantitativ zu erfassen und fehlende Größen zu ermitteln. Insbesondere bei Aufgaben aus dem Bereich der Prozentrechnung vertiefen sie die neu gewonnenen Kenntnisse. (Aus der Geschichte: A. Ries)

- quotientengleiche Größen- und Zahlenpaare, Proportionalitätsfaktor; direkte Proportionalität; grafische Darstellung
- Anwendung in Sachaufgaben (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen)
- Prozentbegriff; Prozentrechnung (einfache Prozentsätze; keine vermehrten oder verminderten Grundwerte)

M 6.6 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen (ca. 12 Std.)

An konkreten Sachverhalten (z. B. Temperaturskala, Kontostand) erkennen die Schüler, dass sie den bisherigen Zahlenbereich und ihre Vorstellung vom Begriff der Zahl erweitern müssen. Sie entdecken die Gesetzmäßigkeiten für die Verknüpfung von Zahlen zunächst an der Zahlengeraden und wenden die bereits bekannten Rechenregeln und Rechengesetze bei der Addition und Subtraktion auf die neuen Zahlen an.

- Addition und Subtraktion von Zahlenpfeilen an der Zahlengeraden; positive und negative ganze Zahlen; Pfeil und Gegenpfeil bzw. Zahl und Gegenzahl; Betrag
- Einführung der Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen
- Rechengesetze und Vorzeichenregeln bei Addition und Subtraktion
- Rechnen in \mathbb{Z} : Addition und Subtraktion

M 6.7 Grundbegriffe der ebenen Geometrie (ca. 12 Std.)

Durch die Bildung der Schnittmenge bzw. der Vereinigungsmenge von Ebenen, Halbebenen, Geraden und Kreisen erzeugen die Schüler neue geometrische Punktmengen. Die kreative Arbeit mit dem Computer bietet hier breite Variationsmöglichkeiten.

- Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade, zwischen Geraden sowie zwischen Kreis und Gerade; Abstand
- Halbebene; Schnittmengen und Vereinigungsmengen zweier Halbebenen
- Winkel und Winkelmessung; Nebenwinkel und Scheitelwinkel
- Punktmengen am Kreis: Sehne, Bogen, Sektor, Segment

M 6.8 Achsenspiegelung (ca. 15 Std.)

Die Schüler untersuchen die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren aus der Umwelt und gelangen über eigene Übungen (z. B. beim Falten und Durchstechen von Papierfiguren und beim Arbeiten mit einem geeigneten Geometrieprogramm) zu grundlegenden Einsichten in die Gesetze der Achsenspiegelung. Sie erschließen die Abbildungsvorschrift, Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten einer geometrischen Abbildung.

- Fundamentalsätze (umkehrbar eindeutige Zuordnung, Geradentreue, Längentreue, Winkel-treue, Kreistreue), Abbildungsvorschrift
- Eigenschaften von Ur- und Bildfigur (Kongruenz, Umlaufsinn, Lage von Ur- und Bildgeraden, Fixelemente, Entfernungsgleichheit jedes Achsenpunktes von einem Ursprung und dessen Bildpunkt)
- Fundamentalkonstruktionen (Halbieren einer Strecke, Mittelsenkrechte; Halbieren eines Winkels, Winkelhalbierende)
- Achsensymmetrische Figuren; Eigenschaften von achsensymmetrischen Dreiecken und Vierecken
- einfache geometrische Figuren zeichnen

M 6.9 Daten und Zufall (ca. 12 Std.)

Die Schüler führen einfache Zufallsexperimente durch und werten selbsterhobene Daten aus. Dabei lernen sie die relative Häufigkeit als Bruch, Dezimalzahl und als Prozentzahl kennen. Sie untersuchen Daten mithilfe statistischer Kenngrößen.

- Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten; Baumdiagramm
- relative Häufigkeit
- Auswertung und Interpretation von Daten unter Verwendung von Kenngrößen (Modalwert, Zentralwert, Spannweite, arithmetisches Mittel)
- Anwendungen in Sachaufgaben

In der Wahlpflichtfächergruppe I mit Schwerpunkt im mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bereich wird das Fach Mathematik vertieft unterrichtet. Die Schüler lernen in der Jahrgangsstufe 7, Gleichungen und Ungleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig zu lösen. Anhand wirklichkeitsbezogener Sachaufgaben festigen und erweitern sie ihre Kenntnisse im Bereich der Proportionalität. Die Parallelverschiebung, die Drehung und die Kenntnisse über geometrische Ortslinien und Ortsbereiche vermitteln den Schülern neue Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie. Sie werden damit befähigt, spezielle geometrische Probleme zu durchdringen und zu lösen.

Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Grundrechenarten und Potenzgesetze in der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen
- Gleichungen und Ungleichungen der Form $ax + b \gtrless c$ durch Äquivalenzumformungen lösen
- direkte und indirekte Proportionalitäten erkennen, darstellen und auswerten sowie fehlende Größen berechnen; Sachaufgaben lösen
- Prozent- und Zinsrechnung
- mit dem Koordinatensystem umgehen
- Eigenschaften von Kongruenzabbildungen
- Parallelverschiebung und Drehung anwenden
- Punkt- und Vektorkoordinaten berechnen
- Winkelmaße mithilfe von Stufen- und Wechselwinkeln sowie Neben- und Scheitelwinkeln ermitteln
- Innenwinkelsumme im Dreieck
- geometrische Ortslinien beschreiben und zeichnen
- Umkreis und Inkreis eines Dreiecks
- Orthogonalität von Kreistangente und Zentrale durch den Berührungspunkt
- Randwinkelsatz und Satz des Thales
- Interpretieren von Daten

M 7.1 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen (ca. 25 Std.)

Die Schüler erweitern und vertiefen das sichere Rechnen mit rationalen Zahlen. Bei vielfältigen Übungen beziehen sie auch Potenzen und Potenzgesetze ein.

- Multiplikation und Division in der Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen; Vorzeichenregeln
- Einführung der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen; Rechengesetze
- Rechnen im Zahlenbereich \mathbb{Q} : die vier Grundrechenarten
- Potenzen und Potenzgesetze in \mathbb{Q} ; Rechnen mit Potenzen
- Erweiterung des Gitternetzes zum Koordinatensystem (aus der Geschichte: R. Descartes)

M 7.2 Gleichungen und Ungleichungen (ca. 13 11 Std.)

Die Schüler vertiefen die Kenntnisse und Fertigkeiten, die zum Lösen von Gleichungen erforderlich sind, und erfahren, wie die Lösungsmenge einer Ungleichung mithilfe numerischer und grafischer Wertetabellen ermittelt wird. Dabei setzen sie auch elektronische Medien ein. Sie formen einfache Terme um und lösen Gleichungen und Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig.

~~– numerische und grafische Wertetabellen zu Termen (Wiederholung und Vertiefung)~~

- einfache Termumformungen (z. B. $x+2x$; $2x \cdot x^3$; $5x^2 : 2x$)

- Gleichungen und Ungleichungen der Form $ax + b \leq c$ mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen
- Sachaufgaben (~~auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen~~)

M 7.3 Proportionalitäten

(ca. 17 16 Std.)

Die Schüler festigen an geeigneten Beispielen aus dem täglichen Leben ihre Kenntnisse über die direkte Proportionalität und erarbeiten sich Einblicke in die indirekte Proportionalität und ihre Merkmale. Sie stellen Proportionalitäten mithilfe von Tabellen und Diagrammen dar und ermitteln fehlende Größen. Die Schüler finden durch Messung den proportionalen Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser und gewinnen anschaulich die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises. Bei Sachaufgaben, insbesondere aus dem Bereich der Prozent- und Zinsrechnung, vertiefen sie das neu erworbene Wissen über Proportionalitäten als Grundlage für die nachfolgenden Jahrgangsstufen.

- quotienten- und produktgleiche Größen- und Zahlenpaare; direkte und indirekte Proportionalität; Graphen zu Proportionalitäten und deren Auswertung
- fehlende Größen berechnen; Sachaufgaben lösen (~~auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen~~); grafische Lösung
- Prozentrechnung (~~Wiederholung und Vertiefung~~), Zinsbegriff, Zinsrechnung ~~Zinsbegriff, Zinsrechnung anhand einfacher Aufgaben~~
- Umfang und Flächeninhalt eines Kreises (Proportionalitätsfaktor $\frac{22}{7}$ oder 3,14)

M 7.4 Parallelverschiebung

(ca. 18 16 Std.)

Die Schüler entdecken die Parallelverschiebung als neue Kongruenzabbildung und ermitteln und begründen jeweils die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Bei der rechnerischen Behandlung der Parallelverschiebung finden die Schüler einen Zugang zu einer algebraischen Sichtweise geometrischer Probleme und damit zu einer engen Verflechtung von Algebra und Geometrie. Die Schüler begründen die Innenwinkelsumme im Dreieck und darauf aufbauend die Innenwinkelsumme ~~in Vielecken im Viereck~~. Bei allen Betrachtungen empfiehlt sich der Einsatz eines dynamischen Geometrieprogramms.

- Parallelverschiebung als Doppelachsenspiegelung
- Parallelverschiebung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften) und Vektor (Pfeil- und Koordinatendarstellung, Spaltenmatrix), Gegenvektor und Umkehrabbildung
- verknüpfen von Parallelverschiebungen; Vektoraddition
- zeichnerisches Durchführen von Parallelverschiebungen und Berechnen von Punkt- bzw. Vektorkoordinaten (u. a. Koordinaten des Mittelpunktes einer Strecke)
- Parallelenaxiom und Eigenschaften paralleler Geraden; Beziehungen zwischen den Maßen von Stufen- und Wechselwinkeln (aus der Geschichte: Euklid)
- Summe der Innenwinkel im Dreieck und Viereck ~~und Vieleck~~ ~~Außenwinkelsatz beim Dreieck~~

M 7.5 Drehung

(ca. 14 10 Std.)

Die Schüler entdecken die Drehung als neue Kongruenzabbildung. Sie ermitteln und begründen die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Den Schülern wird bewusst, dass mit der Drehung geometrische Eigenschaften begründet und Figuren geordnet werden können. Der Einsatz eines geeigneten Geometrieprogramms ermöglicht ein tiefes Durchdringen von Zusammenhängen.

- Drehung als Doppelachsenspiegelung
- Drehung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften)
- Sonderfälle der Drehung: $\varphi = \pm 90^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$
- Drehung von Vektoren um $\varphi = \pm 90^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$; Berechnen von Punktkoordinaten mithilfe

von Vektoren

- dreh-~~und punkt~~symmetrische Figuren; (insbesondere punktsymmetrische Vierecke)

M 7.6 Lösung geometrischer Probleme mithilfe von Abbildungen (ca. 8 Std.)

Aufgaben mit speziellen geometrischen Problemen regen die Schüler in besonderem Maß zu kreativer Eigentätigkeit an. Über Probierrkonstruktionen, auch unter Verwendung eines Geometrieprogramms, entwickeln sie eine Lösungsstrategie, die sie dann mit ihrem Wissen über Abbildungen begründen. Solche geometrischen Probleme werden in den folgenden Jahrgangsstufen wieder aufgegriffen und zunehmend auch algebraisch gelöst.

- spezielle geometrische Probleme mithilfe von Abbildungen lösen (z. B. Einbeschreibungsaufgaben und Extremwertaufgaben)

M 7.7 Geometrische Ortslinien und Ortsbereiche (ca. 20 18 Std.)

Ausgehend von den Kenntnissen über Kreis, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende entdecken die Schüler, auch mithilfe eines Geometrieprogramms, neue geometrische Ortslinien und Ortsbereiche. Dabei verbalisieren sie auch deren kennzeichnende geometrische Eigenschaften. Die Schüler erweitern ihr Wissen über die Beziehungen zwischen Kreis und Gerade und finden die Zusammenhänge bei Winkeln am Kreis. Bei der Verknüpfung geometrischer Ortslinien und Ortsbereiche vertiefen sie ihre Kenntnisse und wenden sie in praxisorientierten Aufgaben an.

- Kreislinie; Kreisinneres, Kreisäußeres; ~~Mengenschreibweise~~
- Mittelsenkrechte, ~~Halbebene; Mengenschreibweise; Winkelhalbierende, Mittelparallele~~ ~~Winkelhalbierende, Mittelparallele~~
- Parallelenpaar, zugehörige geometrische Ortsbereiche
- Umkreis und Inkreis beim Dreieck
- Winkel am Kreis: Randwinkel, Mittelpunktswinkel, Zusammenhänge; Thaleskreis als Spezialfall (aus der Geschichte: Thales)
- Lösung praxisorientierter Aufgaben mit Hilfe von \wedge - und \vee -Verknüpfungen bei geometrischen Ortslinien und Ortsbereichen
- Kreis und Gerade: Orthogonalität von Tangente und Zentrale durch den Berührungspunkt; Tangentenkonstruktionen ~~und Tangentenabschnitte~~
- Berechnen von Punktkoordinaten mit Hilfe von Vektoren an geeigneten Beispielen

M 7.8 Daten und Zufall (ca. 8 Std.)

Die Schüler sammeln Daten, die sie z. B. bei der Durchführung von Zufallsexperimenten oder mit Hilfe eines selbsterstellten Fragebogens gewinnen. Dabei wiederholen und vertiefen sie den Begriff der relativen Häufigkeit. Für die Auswertung nutzen sie ein Tabellenkalkulationsprogramm.

- Erfassen, auswerten und interpretieren von Daten unter Verwendung von zusätzlichen Kenngrößen (Stichprobe, Gesamtheit)
- empirisches Gesetz der großen Zahlen; Laplace-Wahrscheinlichkeit

7 II/III

Mathematik

(3)

Die Schüler lernen in dieser Jahrgangsstufe, Gleichungen und Ungleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig zu lösen. Anhand wirklichkeitsbezogener Sachaufgaben festigen und erweitern sie ihre Kenntnisse im Bereich der Proportionalität. Die Parallelverschiebung vermittelt den Schülern neue Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungsweisen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Grundrechenarten und Potenzgesetze in der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen
- Gleichungen und Ungleichungen der Form $ax + b \gtrless c$ durch Äquivalenzumformungen lösen
- direkte und indirekte Proportionalitäten erkennen, darstellen und auswerten; Sachaufgaben lösen
- Prozent- und Zinsrechnung
- mit dem Koordinatensystem umgehen
- Eigenschaften von Kongruenzabbildungen
- Parallelverschiebung und Drehung anwenden
- Punkt- und Vektorkoordinaten berechnen
- Winkelmaße mithilfe von Stufen- und Wechselwinkeln sowie Neben- und Scheitelwinkeln ermitteln
- Innenwinkelsumme im Dreieck
- **Interpretieren von Daten**

M 7.1 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen (ca. 25 Std.)

Die Schüler erweitern und vertiefen das sichere Rechnen mit rationalen Zahlen. Bei vielfältigen Übungen beziehen sie auch Potenzen und Potenzgesetze ein.

- Multiplikation und Division in der Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen; Vorzeichenregeln
- Einführung der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen; Rechengesetze
- Rechnen im Zahlenbereich \mathbb{Q} : die vier Grundrechenarten
- Potenzen und Potenzgesetze in \mathbb{Q} ; Rechnen mit Potenzen
- Erweiterung des Gitternetzes zum Koordinatensystem (aus der Geschichte: R. Descartes)

M 7.2 Gleichungen und Ungleichungen (ca. 13 11 Std.)

Die Schüler vertiefen die Kenntnisse und Fertigkeiten, die zum Lösen von Gleichungen erforderlich sind, und erfahren, wie die Lösungsmenge einer Ungleichung mithilfe numerischer und grafischer Wertetabellen ermittelt wird. Dabei setzen sie auch elektronische Medien ein. Sie formen einfache Terme um und lösen Gleichungen und Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen zunehmend selbstständig.

~~– numerische und grafische Wertetabellen zu Termen (Wiederholung und Vertiefung)~~

- einfache Termumformungen (z. B. $x+2x$; $2x \cdot x^3$; $5x^2 : 2x$)
- Gleichungen und Ungleichungen der Form $ax + b \gtrless c$ mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen
- Sachaufgaben (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen)

M 7.3 Proportionalitäten (ca. 48 16 Std.)

Die Schüler festigen an geeigneten Beispielen aus dem täglichen Leben ihre Kenntnisse über die direkte Proportionalität und erarbeiten sich Einblicke in die indirekte Proportionalität und ihre Merkmale. Sie stellen Proportionalitäten mithilfe von Tabellen und Diagrammen dar und ermit-

teilen fehlende Größen. Die Schüler finden durch Messung den proportionalen Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser und gewinnen anschaulich die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises. Bei Sachaufgaben, insbesondere aus dem Bereich der Prozent- und Zinsrechnung, vertiefen sie das neu erworbene Wissen über Proportionalitäten als Grundlage für die nachfolgenden Jahrgangsstufen.

- quotienten- und produktgleiche Größen- und Zahlenpaare; direkte und indirekte Proportionalität; Graphen zu Proportionalitäten und deren Auswertung
- Sachaufgaben lösen (auch offene Aufgabenstellungen und Aufgabenvariationen); grafische Lösung
- Prozentrechnung (~~Wiederholung und Vertiefung~~), Zinsbegriff, Zinsrechnung
~~Zinsbegriff, Zinsrechnung anhand einfacher Aufgaben~~
- Umfang und Flächeninhalt eines Kreises (Proportionalitätsfaktor $\frac{22}{7}$ oder 3,14)

M 7.4 Parallelverschiebung **(ca. 20 18 Std.)**

Die Schüler entdecken die Parallelverschiebung als neue Kongruenzabbildung und ermitteln und begründen jeweils die Abbildungsvorschrift und die Eigenschaften mithilfe ihrer Kenntnisse über die Achsenspiegelung. Bei der rechnerischen Behandlung der Parallelverschiebung finden die Schüler einen Zugang zu einer algebraischen Sichtweise geometrischer Probleme und damit zu einer engen Verflechtung von Algebra und Geometrie. Die Schüler begründen die Innenwinkelsumme im Dreieck und darauf aufbauend die Innenwinkelsumme ~~in Vielecken im Viereck~~. Bei allen Betrachtungen empfiehlt sich der Einsatz eines dynamischen Geometrieprogramms.

- Parallelverschiebung als Doppelachsenspiegelung
- Parallelverschiebung (Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften) und Vektor (Pfeil- und Koordinatendarstellung, Spaltenmatrix), Gegenvektor und Umkehrabbildung
- Verknüpfen von Parallelverschiebungen; Vektoraddition
- zeichnerisches Durchführen von Parallelverschiebungen und Berechnen von Punkt- bzw. Vektorkoordinaten (u. a. Koordinaten des Mittelpunktes einer Strecke)
- Parallelenaxiom und Eigenschaften paralleler Geraden; Beziehungen zwischen den Maßen von Stufen- und Wechselwinkeln (aus der Geschichte: Euklid)
- Summe der Innenwinkel im Dreieck und Viereck ~~und Vieleck~~
~~Außenwinkelsatz beim Dreieck~~

M 7.5 Drehung **(ca. 8 6 Std.)**

Die Schüler entdecken die Drehung als neue Kongruenzabbildung. Es wird ihnen bewusst, dass mit der Drehung geometrische Eigenschaften begründet und Figuren geordnet werden können. In diesem Bereich sind zur Erhöhung der Anschaulichkeit dynamische Geometrieprogramme einzusetzen.

- Drehung (Abbildungsvorschrift, -eigenschaften)
- Sonderfälle der Drehung: $\varphi = \pm 90^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$
- ~~dreh- und punktsymmetrische Figuren~~; (insbesondere punktsymmetrische Vierecke)

M 7.6 Daten und Zufall **(ca. 8 Std.)**

Die Schüler sammeln Daten, die sie z. B. bei der Durchführung von Zufallsexperimenten oder mit Hilfe eines selbsterstellten Fragebogens gewinnen. Dabei wiederholen und vertiefen sie den Begriff der relativen Häufigkeit. Für die Auswertung nutzen sie ein Tabellenkalkulationsprogramm.

- Erfassen, auswerten und interpretieren von Daten unter Verwendung von zusätzlichen Kenngrößen (Stichprobe, Gesamtheit)
- empirisches Gesetz der großen Zahlen; Laplace-Wahrscheinlichkeit

Die Schüler verfügen bereits über viele mathematische Grundkenntnisse, die auch in der Jahrgangsstufe 8 weiter gesichert, vertieft und ausgebaut werden. Sie sind in der Lage, einfache Gleichungen und Ungleichungen selbstständig zu lösen, haben Einsichten in die Verflechtung von Algebra und Geometrie gewonnen und wissen um die Bedeutung der Abbildungen.

In der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sie sich nun mit komplexeren, stets aber anschaulichen und überschaubaren Aufgaben. Beim Umformen von Termen, beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sowie bei der Untersuchung linearer Funktionen erwerben die Schüler ein unentbehrliches Rüstzeug. Die Verflechtung von Algebra und Geometrie wird systematisch weiterentwickelt; die Schüler vertiefen dabei zunehmend die Fähigkeiten zu abstrahieren, kritisch zu urteilen, logisch zu denken und an mathematische Probleme systematisch heranzugehen. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte. Laplace-Wahrscheinlichkeiten erschließen einen mathematischen Bereich, der im Alltag eine wichtige Rolle spielt.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Terme durch Termumformung selbstständig vereinfachen und Extremwerte quadratischer Terme ermitteln
- lineare Gleichungen und Ungleichungen und deren Verknüpfungen lösen
- einfache Bruchgleichungen lösen
- Funktionsbegriff
- Geradengleichungen aufstellen und zu gegebenen Gleichungen Geraden zeichnen
- Dreiecke konstruieren
- die Kongruenz von Dreiecken nachweisen
- Eigenschaften besonderer Dreiecke und Vierecke
- Schrägbilder von Körpern zeichnen
- Laplace-Wahrscheinlichkeiten ermitteln

M 8.1 Terme

(ca. 22 Std.)

Unter weitgehender geometrischer Veranschaulichung (z. B. Fläche, Umfang) vertiefen und festigen die Schüler die Fertigkeit, mit Termen zu rechnen, sie umzuformen und zu vereinfachen. Sie verschaffen sich so Grundlagen, die in der Algebra immer wieder benötigt werden. Die Schüler erkennen, dass jeder Belegung der Variablen ein Termwert zugeordnet werden kann. Dadurch wird der Funktionsbegriff propädeutisch vorbereitet.

Aufbauend auf dem vertrauten Termbegriff begründen die Schüler die Äquivalenz von Termen, wobei sie bereits bekannte Regeln und Gesetze anwenden. Bei der Untersuchung quadratischer Terme entdecken die Schüler deren besondere Merkmale, entwickeln Verfahren, Extremwerte rechnerisch zu bestimmen, ~~und wenden sie in praxisnahen Aufgaben an~~. In besonderer Weise empfiehlt sich hierbei der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners. **Die Schüler wenden Terme in praxisnahen Aufgaben an.**

- Termumformungen (auch Addition, Subtraktion und Multiplikation von Summentermen)
- Faktorisierung **und binomische Formeln**
~~binomische Formeln~~
- Extremwerte bei Termen der Form $ax^2 + bx + c$
- Bearbeitung praxisorientierter Aufgaben

M 8.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen

(ca. 14 Std.)

Die Schüler erweitern und präzisieren mithilfe des Termbegriffs ihr bekanntes Wissen über Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen. Darüber hinaus erarbeiten sie

Lösungsverfahren für verknüpfte Gleichungen bzw. Ungleichungen, wobei sie ggf. aus der Geometrie bekannte Verfahren (Schnitt- und Vereinigungsmenge geometrischer Ortslinien bzw. Ortsbereiche) übertragen. Beim Lösen von Textaufgaben übertragen sie die besonders im Fach Deutsch erworbenen Fähigkeiten, Texte zu analysieren und zu verstehen, in den mathematischen Bereich. Sie lernen dabei, einem Text das mathematische Problem präzise zu entnehmen, es vom Text zu abstrahieren, ggf. in einen mathematischen Ansatz zu kleiden und einen angemessenen mathematischen Lösungsweg zu entwickeln und anzuwenden.

- lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen
- Textaufgaben; ~~Lösen gegebenfalls mithilfe einer Text-Term-Tabelle~~
- ω -Verknüpfung bzw. ω -Verknüpfung von linearen Gleichungen bzw. Ungleichungen

M 8.3 Bruchterme und Bruchgleichungen **(ca. 10 8 Std.)**

Die Schüler rechnen mit Bruchtermen und erkennen, dass dabei die Regeln des Bruchrechnens weiter gelten und dass sie die Definitionsmenge beachten müssen. Insbesondere lernen sie, Verhältnisgleichungen zu lösen.

- Bruchterme; Definitionsmenge
- Rechnen mit Bruchtermen
- einfache Bruchgleichungen mit einer Variablen

M 8.4 Funktionen [VSE] **(ca. 9 Std.)**

Anhand praktischer Beispiele lernen die Schüler Relationen und Funktionen kennen, wie sie sich in der Umwelt entdecken lassen, und lernen diese mathematisch zu beschreiben. Sie stellen Funktionen als besondere Relationen heraus.

- Produktmengen als Grundmengen
- Relationen; Graphen; Definitions- und Wertemenge
- Funktionen; Funktionsterm; Funktionswert; Nullstelle
- Festlegen einer Funktion durch Wertetabelle, Graph, Term bzw. Funktionsgleichung oder verbale Vorschrift
- Ermitteln und Untersuchen von Graphen auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln
- Relation und Umkehrrelation: Zusammenhang zwischen deren Graphen; Zusammenhang zwischen deren Gleichungen bzw. Ungleichungen; Umkehrfunktion

M 8.5 Lineare Funktionen [VSE] **(ca. 16 14 Std.)**

Ausgehend von der direkten Proportionalität erschließen die Schüler die linearen Funktionen. Sie erarbeiten wichtige Eigenschaften dieser Funktionen und ihrer Graphen. Der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners, erleichtert den Schülern das Auffinden dieser Eigenschaften. Vielfältige Übungen ermutigen und befähigen sie zu beobachten und zu entdecken, zu schließen und zu begründen.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx$; Ursprungsgeraden als Graphen; Steigung m als Parameter; Geradenbüschel im Ursprung; Zusammenhang zwischen den Steigungen orthogonaler Geraden
- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + t$; verschobene Ursprungsgeraden als Graphen; y -Achsenabschnitt t als Parameter; Parallelenschar
- Punkt-Steigungs-Form der Geradengleichung; Gleichung eines Geradenbüschels mit beliebiger Lage des Büschelpunktes
- Gleichungen achsenparalleler Geraden
- ~~Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen; Halbebenen als Graphen~~
- praxisorientierte Aufgaben

M 8.6 Funktionen der indirekten Proportionalität **(ca. 2 Std.)**

Die Schüler entwickeln mithilfe ihrer Kenntnisse über Funktionen und über die bekannte indirekte Proportionalität Funktionsgleichungen und Graphen der indirekten Proportionalität. Der

Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners, bietet sich an.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = \frac{k}{x}$; Hyperbeln als Graphen
- Eigenschaften und Asymptoten der Graphen

M 8.7 Dreiecke und Vierecke **(ca. 28 26 Std.)**

Durch die eingehende Beschäftigung mit Dreiecken und Vierecken, vor allem in Konstruktionsaufgaben, erwerben die Schüler grundlegende Kenntnisse und Fähigkeiten für den gesamten weiteren Unterricht. Sie lernen den Aufbau geometrischer Beweise kennen. Anhand exemplarischer, anschaulicher geometrischer Sachverhalte lernen sie, Kongruenz- und abbildungsgeometrisch folgerichtig zu begründen. Die Schüler spüren Figureneigenschaften auf und erarbeiten grundlegende geometrische Sätze. Mithilfe der Symmetrieeigenschaften nehmen die Schüler in einem gut überschaubaren Teilgebiet der Geometrie eine systematische Einteilung der Vierecke vor.

- Beziehungen zwischen den Seitenlängen sowie zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen im Dreieck
- Konstruierbarkeit von Dreiecken; Kongruenzsätze (aus der Geschichte: Euklid)
- Aufbau von Kongruenz- und abbildungsgeometrischen Beweisen
- symmetrische und nicht symmetrische Vierecke; Eigenschaften achsensymmetrischer (~~diagonal- und lotsymmetrischer~~) und punktsymmetrischer Vierecke
- ~~- Umkreis und Inkreis bei Vierecken~~
- Begründungen mithilfe von Kongruenzsätzen, Abbildungen und Vektoren

M 8.8 Grundlagen der Raumgeometrie **(ca. 14 8 Std.)**

Mithilfe von Modellen und geeigneten Computerprogrammen erkennen die Schüler wesentliche Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen und besondere Winkel im Raum und schulen dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Sie begreifen, dass Schrägbilder ein erprobtes Mittel sind, um anschauliche Bilder von Körpern in der Zeichenebene zu erhalten, und stellen dabei fest, dass die Maßtreue im Allgemeinen verloren geht.

- Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum; Winkel zwischen Ebene und Gerade; Winkel zwischen zwei Ebenen
- exemplarisches Darstellen von Körpern im Schrägbild (Verzerrungswinkel und Verzerrungsfaktor)
- ~~- konstruktives Ermitteln von Strecken und Winkeln in wahrer Größe bei Prismen und Pyramiden; Netze~~

M 8.9 Daten und Zufall **(ca. 9 Std.)**

Aufbauend auf den Zufallsexperimenten der vorhergehenden Jahrgangsstufen werden Wahrscheinlichkeiten berechnet. Versuchsausgänge werden unter Verwendung der mathematischen Fachsprache beschrieben. Die Laplace-Wahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Baumdiagrammen und durch geschicktes Abzählen ermittelt.

- Laplace-Experiment (Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis, Gegenereignis)
- Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten

8 II/III**Mathematik****(3)**

In der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sich die Schüler mit komplexeren, stets aber anschaulichen und überschaubaren Aufgaben. Beim Umformen von Termen und beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen erwerben sie ein unentbehrliches Rüstzeug auch für andere Unterrichtsfächer, z. B. Physik und Rechnungswesen. Sie entdecken weitere geometrische Ortslinien als Grundlage für die Lösung geometrischer Aufgaben. Die Verflechtung von Algebra und Geometrie wird weiterentwickelt; die Schüler vertiefen dabei zunehmend die Fähigkeiten zu abstrahieren, kritisch zu urteilen, logisch zu denken und an mathematische Probleme systematisch heranzugehen. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte. Laplace-Wahrscheinlichkeiten erschließen einen mathematischen Bereich, der im Alltag eine wichtige Rolle spielt.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Terme durch Termumformung selbstständig vereinfachen und Extremwerte quadratischer Terme ermitteln
- lineare Gleichungen und Ungleichungen lösen
- einfache Bruchgleichungen lösen
- geometrische Ortslinien beschreiben und zeichnen
- Umkreis und Inkreis eines Dreiecks
- Orthogonalität von Kreistangente und Zentrale durch den Berührungspunkt
- Satz des Thales
- Dreiecke konstruieren
- die Kongruenz von Dreiecken begründen
- Eigenschaften besonderer Dreiecke und Vierecke
- **Laplace-Wahrscheinlichkeiten ermitteln**

M 8.1 Terme**(ca. 24 23 Std.)**

Unter weitgehender geometrischer Veranschaulichung (z. B. Fläche, Umfang) vertiefen und festigen die Schüler die Fertigkeit, mit Termen zu rechnen, sie umzuformen und zu vereinfachen. Sie verschaffen sich so Grundlagen, die in der Algebra immer wieder benötigt werden. Die Schüler erkennen, dass jeder Belegung der Variablen ein Termwert zugeordnet werden kann. Dadurch wird der Funktionsbegriff propädeutisch vorbereitet. Aufbauend auf dem vertrauten Termbegriff begründen die Schüler die Äquivalenz von Termen, wobei sie bereits bekannte Regeln und Gesetze anwenden. Bei der Untersuchung quadratischer Terme entdecken die Schüler deren besondere Merkmale, entwickeln Verfahren, Extremwerte rechnerisch zu bestimmen, ~~und wenden sie in praxisnahen Aufgaben an.~~ In besonderer Weise empfiehlt sich hierbei der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners. **Die Schüler wenden Terme in praxisnahen Aufgaben an.**

- Termumformungen (auch Addition, Subtraktion und Multiplikation von Summentermen)
- Faktorisierung **und binomische Formeln**
~~– binomische Formeln~~
- Extremwerte bei Termen der Form $ax^2 + bx + c$
- Bearbeitung praxisorientierter Aufgaben

M 8.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen**(ca. 16 15 Std.)**

Die Schüler erweitern und präzisieren mithilfe des Termbegriffs ihr bekanntes Wissen über Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen. Beim Lösen von Textaufgaben, auch mit Praxisbezug, wenden sie die im Fach Deutsch erworbenen Fähigkeiten an, Texte zu

analysieren und zu verstehen. Sie lernen dabei, das im Text vorhandene mathematische Problem zu erkennen, es vom Text zu abstrahieren, ggf. in einen Ansatz zu kleiden sowie einen angemessenen Lösungsweg zu entwickeln und anzuwenden.

- lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen
- Textaufgaben; ~~Lösen gegebenfalls mithilfe einer Text-Term-Tabelle~~

M 8.3 Bruchterme und Bruchgleichungen (ca. 6 5 Std.)

Die Schüler lernen Bruchterme kennen. Dabei erfahren sie, dass dabei die Regeln des Bruchrechnens weiter gelten und dass sie die Definitionsmenge beachten müssen. Insbesondere lernen sie, Verhältnisgleichungen zu lösen.

- Bruchterme; Definitionsmenge
- einfache Bruchgleichungen mit einer Variablen der Form $\frac{T_1(x)}{T_2(x)} = \frac{T_3(x)}{T_4(x)}$

M 8.4 Geometrische Ortslinien und Ortsbereiche (ca. 18 15 Std.)

Ausgehend von den Kenntnissen über Kreis, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende entdecken die Schüler, auch mithilfe eines Geometrieprogramms, neue geometrische Ortslinien und Ortsbereiche. Dabei verbalisieren sie auch deren kennzeichnende geometrische Eigenschaften. Die Schüler erweitern ihr Wissen über die Beziehungen zwischen Kreis und Gerade und finden die Zusammenhänge bei Winkeln am Kreis. Bei der Verknüpfung geometrischer Ortslinien und Ortsbereiche vertiefen sie ihre Kenntnisse und wenden sie in praxisorientierten Aufgabenstellungen an.

- Kreislinie; Kreisinneres, Kreisäußeres
- Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende
- Mittelparallele, Parallelenpaar
- Umkreis und Inkreis beim Dreieck
- Thaleskreis (aus der Geschichte: Thales)
- Schnitt- und Vereinigungsmengen von geometrischen Ortslinien, auch zur Lösung praxisorientierter Aufgaben
- Kreis und Gerade: Orthogonalität von Tangente und Zentrale durch den Berührungspunkt; Tangentenkonstruktionen ~~und Tangentenabschnitte~~

M 8.5 Dreiecke und Vierecke (ca. 20 17 Std.)

Durch die eingehende Beschäftigung mit Dreiecken und Vierecken, vor allem in Konstruktionsaufgaben, erwerben die Schüler grundlegende Kenntnisse und Fähigkeiten für den gesamten weiteren Unterricht. Anhand exemplarischer, anschaulicher geometrischer Sachverhalte lernen sie, kongruenz- und abbildungsgeometrisch folgerichtig zu begründen. Die Schüler spüren Figureneigenschaften auf und erarbeiten grundlegende geometrische Sätze. Mithilfe der Symmetrieeigenschaften nehmen die Schüler in einem gut überschaubaren Teilgebiet der Geometrie eine systematische Einteilung der Vierecke vor.

- Beziehungen zwischen den Seitenlängen sowie zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen im Dreieck
- Konstruierbarkeit und Konstruktion von Dreiecken; Kongruenzsätze (aus der Geschichte: Euklid)
- symmetrische und nichtsymmetrische Vierecke; Eigenschaften achsensymmetrischer (~~diagonal- und lotsymmetrischer~~) und punktsymmetrischer Vierecke
- ~~Umkreis und Inkreis bei symmetrischen Vierecken~~
- Begründungen mithilfe von Kongruenzsätzen ~~und~~ oder Vektoren

M 8.6 Daten und Zufall

(ca. 9 Std.)

Aufbauend auf den Zufallsexperimenten der vorhergehenden Jahrgangsstufen werden Wahrscheinlichkeiten berechnet. Versuchsausgänge werden unter Verwendung der mathematischen Fachsprache beschrieben. Die Laplace-Wahrscheinlichkeiten werden mit Hilfe von Baumdiagrammen und durch geschicktes Abzählen ermittelt.

- Laplace-Experiment (Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis, Gegenereignis)
- Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten

Die Abfolge der Themenbereiche trägt dem immer enger werdenden Beziehungsgefüge von Geometrie und Algebra Rechnung. Grafische bzw. geometrische Darstellungsformen gewinnen zunehmend an Bedeutung und fördern bei den Schülern die Fähigkeit zu abstrahieren. Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Der sinnvolle Einsatz von elektronischen Rechenhilfsmitteln und geeigneter Software wird in dieser Jahrgangsstufe intensiviert.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen lösen
- quadratische Gleichungen: Lösungsformel, Bedeutung der Diskriminante, Koordinaten der Schnittpunkte von Funktionsgraphen, Tangentialprobleme
- in der Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen rechnen
- Definition der Quadratwurzel kennen und anwenden
- einfache Termumformungen mit Quadratwurzeln
- Graphen und Eigenschaften von quadratischen Funktionen, Scheitelform
- Gleichungen von Parabeln ermitteln, Parameterverfahren
- Flächeninhalte ebener Figuren insbesondere auch mithilfe zweireihiger Determinanten
- Umfang und Flächeninhalt von Kreisen, Mantel- bzw. Oberfläche und Volumen von Prismen, Pyramiden, geraden Kreiszylindern und Kreiskegeln sowie von Kugeln
- Abbildung durch zentrische Streckung anwenden
- Streckenlängen mit dem Vierstreckensatz bestimmen
- Berechnungen mithilfe von Vektoren
- Ähnlichkeit von Dreiecken
- mithilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck Streckenlängen berechnen
- **Pfadregeln und ihre Anwendung**

M 9.1 Systeme linearer Gleichungen und Ungleichungen (ca. 18 14 Std.)

Die Schüler lernen, die Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme zunächst grafisch über die Schnittmenge zweier Geraden zu ermitteln. Dabei erkennen sie, dass je nach Lage der Geraden bei der Lösung unterschiedliche Fälle auftreten. Diesen begegnen sie auch bei der Lösung linearer Gleichungssysteme mithilfe verschiedener algebraischer Verfahren. Bei vielfältigen Übungen sollen die Schüler ein Gespür für das Auffinden der jeweils günstigsten Lösungsmethode bekommen. Vor allem beim Determinantenverfahren entwickeln die Schüler algorithmisches Denken ~~unter Verwendung von Taschenrechnern oder Computern~~. Das Determinantenverfahren liefert einen umsetzbaren Algorithmus zum automatisierten Lösen von linearen Gleichungssystemen (Taschenrechner, Tabellenkalkulationsprogramm).

- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen: grafische und algebraische Lösung (~~Gleichsetzungsverfahren, Einsetzungsverfahren, Additionsverfahren~~, auch Determinantenverfahren); ~~auch Aufgaben mit geometrischen Problemstellungen algebraisch lösen~~
- **Aufgaben mit geometrischen Problemstellungen algebraisch lösen**
- ~~- Systeme linearer Ungleichungen mit zwei Variablen: grafische Lösung~~

M 9.2 Reelle Zahlen (ca. 10 Std.)

An einem geeigneten Beispiel entdecken die Schüler die Unvollständigkeit der Menge der rationalen Zahlen und vollziehen die Erweiterung zur Menge der reellen Zahlen. Durch systematisches Probieren unter Verwendung eines Rechners ermitteln sie eine Lösung einer Gleichung der Form $x^2 = a$. Mit dem Wurzelbegriff und den Termumformungsregeln für Quadratwurzeln

eröffnet sich den Schülern ein wichtiger Zugang zur Bearbeitung weiterer algebraischer und geometrischer Inhalte.

- Lösungen der Gleichung $x^2 = a$; Nachweis der Irrationalität (z. B. für $a = 2$); Definition der Quadratwurzel; Erweiterung des Zahlenbereichs ($\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$); reelle Zahlen auf der Zahlengeraden
- Iterationsverfahren mithilfe eines Rechners (z. B. Heron-Verfahren) zur näherungsweisen Ermittlung von x für $x^2 = a$
- Umformen von Termen mit Quadratwurzeln (Radizieren von Produkten bzw. Quotienten, teilweises Radizieren, Rationalmachen des Nenners); Rechnen in \mathbb{R}

M 9.3 Quadratische Funktionen [VSE]

(ca. 18 17 Std.)

Bei der Beschäftigung mit quadratischen Funktionen und ihren Graphen, die auch geometrisch als Ortslinien erzeugt werden, erfahren die Schüler die enge Verflechtung von Algebra und Geometrie. Sie erweitern und vertiefen ihre bisher erworbenen Kenntnisse über Funktionen und zugehörige Umkehrrelationen. Dabei erleichtert der Einsatz eines elektronischen Rechenhilfsmittels das Auffinden von Eigenschaften der Graphen. Sie lernen, funktionale Zusammenhänge zu erfassen und Extremwertprobleme zu bearbeiten.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$: Graphen und Eigenschaften; Sonderformen; Scheitelpunktsform der Funktionsgleichung für verschobene Parabeln (Ermittlung auch mit dem Parameterverfahren)
- Gleichungen von Parabeln ermitteln, ~~auch von geometrisch erzeugten Parabeln~~
- Untersuchen von Parabelscharen mit einem Parameter in der Schargleichung (u. a. Scheitelpunktsform der Schargleichung; Gleichung des Trägergraphen der Scheitelpunkte der Scharparabeln)
- Bearbeiten von Extremwertproblemen
- Umkehrung quadratischer Funktionen; die Wurzelfunktion mit $y = \sqrt{x}$

M 9.4 Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

(ca. 15 12 Std.)

Die Schüler lernen, quadratische Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen sicher zu lösen. Damit werden sie befähigt, geometrische Zusammenhänge in Aufgaben aus den Bereichen Abbildungen, Flächensätze und Raumgeometrie algebraisch zu bearbeiten. Bei der rechnerischen Lösung von Wurzelgleichungen werden die Schüler auf die Probleme beim Quadrieren solcher Gleichungen aufmerksam.

- quadratische Gleichungen: grafische Lösung, ~~Lösen mit quadratischer Ergänzung~~, ~~Herleitung der Lösungsformel~~; Diskriminante und Lösbarkeit
- quadratische Gleichungen mit Parametern; ~~Satz des Vieta mit Anwendungen~~
- quadratische Ungleichungen
- einfache Wurzelgleichungen unter Beachtung der Definitionsmenge; Äquivalenzumformungen

M 9.5 Systeme mit quadratischen Gleichungen

(ca. 10 Std.)

Die Schüler wenden die bisher erworbenen Kenntnisse an, um Schnitt- und Tangentialprobleme zu erörtern und Lösungen dafür zu finden. Dabei wird ihnen die Bedeutung der Diskriminante bei quadratischen Gleichungen bewusst.

- Berechnen der Koordinaten der Schnittpunkte von Funktionsgraphen (nur mit Bestimmungsgleichungen, die höchstens quadratisch sind und höchstens einen Parameter enthalten)
- Tangentialprobleme und Diskriminante

M 9.6 Flächeninhalt ebener Vielecke

(ca. 11 Std.)

Die Schüler vergleichen die Flächeninhalte von Figuren durch Zerlegung in paarweise kongruente Teilfiguren und entdecken, dass zerlegungsgleiche Figuren flächengleich sind. Sie erarbeiten grundlegende Flächeninhaltsformeln, mit denen sie die Flächeninhalte beliebiger Vielecke bestimmen. Sie lernen, die Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken in der

Koordinatenebene zu berechnen. Sie erweitern damit ihre Fähigkeit, geometrische Probleme algebraisch zu bearbeiten und funktionale Abhängigkeiten zu untersuchen.

- Zerlegungsgleichheit von Figuren; Höhen im Dreieck, im Parallelogramm und im Trapez
- Formeln für den Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck, Trapez und Drachenviereck
- Flächeninhalte ebener Figuren auch mithilfe zweireihiger Determinanten berechnen; Aufgaben unter Berücksichtigung funktionaler Abhängigkeiten lösen und Extremwerte berechnen

M 9.7 Abbildung durch zentrische Streckung (ca. 18 17 Std.)

Die Schüler führen maßstäbliche Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen von Figuren durch und gelangen so zur Abbildung durch zentrische Streckung, die sie sowohl geometrisch-konstruktiv wie auch algebraisch mithilfe von Vektoren erfassen und in vielfältigen Übungsaufgaben anwenden.

- Abbildung durch zentrische Streckung: Abbildungsvorschrift, Abbildungseigenschaften
- zeichnerische Ermittlung von Bildpunkten, Ursprüngen und Streckungszentrum; Einbeschreibungsaufgaben
- Vierstreckensatz; Ermitteln von ~~Strecken bzw.~~ Streckenlängen; Schwerpunkt des Dreiecks
- zentrische Streckung mithilfe von Vektoren; Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl; Darstellung der Abbildungsvorschrift mithilfe von Vektoren
- Berechnungen: Koordinaten von Bildpunkten, Ursprüngen und Zentrum; Streckungsfaktor; Gleichungen von Bildgeraden und Bildparabeln (Parameterverfahren); Koordinaten des Schwerpunktes eines Dreiecks
- ~~ähnliche Figuren~~; Ähnlichkeitssätze für Dreiecke (Herleitung eines Satzes); Nachweis der Ähnlichkeit von Dreiecken
- praxisorientierte Aufgaben (z. B. aus der Vermessung)

M 9.8 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (ca. 15 14 Std.)

Die Schüler finden und begründen Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck und erschließen damit die Möglichkeit, Streckenlängen in ebenen Figuren, in Körpern und im Koordinatensystem zu berechnen. Auch hier entwickeln die Schüler ihre Fertigkeit weiter, geometrische Probleme algebraisch zu bearbeiten und funktionale Abhängigkeiten zu untersuchen.

- Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (aus der Geschichte: Euklid, Pythagoras)
- Berechnen von Streckenlängen (auch im Koordinatensystem und in Körpern): u. a. Länge der Diagonalen des Rechtecks und des Quadrats, Höhe des gleichseitigen Dreiecks, Betrag des Vektors

M 9.9 Berechnungen am Kreis (ca. 8 7 Std.)

Die Schüler begründen den bereits bekannten proportionalen Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser bzw. zwischen dem Inhalt der Kreisfläche und dem Quadrat des Kreisradius, und zwar mithilfe anschaulich durchgeführter Grenzwertüberlegungen. Eine näherungsweise Bestimmung der Kreiszahl (Proportionalitätsfaktor) führen die Schüler mithilfe des Taschenrechners oder des Computers durch.

- Kreiszahl π und ihre näherungsweise Bestimmung; Umfang und Flächeninhalt des Kreises (aus der Geschichte: Kreiszahl π)
- Kreisbogen und Kreissektor
- Berechnungen am Kreis und bei Kreisteilen (auch an zusammengesetzten Figuren)

M 9.10 Raumgeometrie (ca. 17 16 Std.)

Die Schüler verwenden ~~den Satz über~~ die Zerlegungsgleichheit von Körpern, um aus dem ~~bereits bekannten~~ Volumen des Quaders das Volumen eines geraden Prismas herzuleiten. Sie lernen das Prinzip des Cavalieri kennen und erfahren, wie man mit ihm das Volumen weiterer Körper ermitteln kann. ~~Sie erarbeiten Volumenformeln mithilfe von Grenzwertüberlegungen und~~

~~setzen dabei den Computer ein. Mithilfe geeigneter Modelle erzeugen die Schüler Rotationskörper und gewinnen Formeln zur Berechnung des Volumens bzw. der Oberfläche dieser Körper.~~

- Prisma und Pyramide: Netz, Mantel- und Oberfläche; Prinzip des Cavalieri; Volumen von Prisma und Pyramide
- gerader Kreiszylinder und gerader Kreiskegel als Rotationskörper: Axialschnitt, Mantellinie; Abwicklung, Mantelfläche, Oberfläche und Volumen
- Kugel: Oberfläche und Volumen
- Anwendungsaufgaben unter besonderer Berücksichtigung funktionaler Abhängigkeiten und auch unter Einbeziehung zusammengesetzter Körper

M 9.11 Daten und Zufall

(ca. 12 Std.)

Aufbauend auf den Inhalten der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sich die Schüler systematisch mit zusammengesetzten Zufallsexperimenten und veranschaulichen den Ablauf solcher Vorgänge an Baumdiagrammen. Mithilfe der Pfadregeln bestimmen sie Wahrscheinlichkeiten, die sie anhand von Simulationen (grafikfähiger Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Statistiksoftware) überprüfen. Abweichungen bei Messreihen oder statistischen Erhebungen beschreiben die Schüler mit den Kenngrößen Varianz und Standardabweichung.

- zusammengesetzte Zufallsexperimente
- Pfadregeln
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung

9 II/III**Mathematik****(3)**

Die Beziehungen zwischen Geometrie und Algebra werden in der Jahrgangsstufe 9 weiter ausgebaut. Die Schüler erweitern ihre Fähigkeiten, geometrische Probleme algebraisch zu bearbeiten, funktionale Abhängigkeiten zu untersuchen und dabei verstärkt elektronische Rechenhilfsmittel und geeignete Software einzusetzen.

Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte.

Das Grundwissen wird erweitert um:

- Funktionsbegriff
- Geradengleichungen aufstellen und zu gegebenen Gleichungen die Graphen der Geraden zeichnen
- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen lösen
- Definition der Quadratwurzel kennen und anwenden
- in der Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen rechnen
- Flächeninhalte ebener Figuren insbesondere auch mithilfe zweireihiger Determinanten berechnen
- Abbildung durch zentrische Streckung anwenden
- Streckenlängen mit dem Vierstreckensatz bestimmen
- mithilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck Streckenlängen berechnen
- Schrägbilder von Körpern zeichnen
- **Pfadregeln und ihre Anwendung**

M 9.1 Relationen und Funktionen [VSE]**(ca. 5 4 Std.)**

Anhand praktischer Beispiele lernen die Schüler ~~Relationen und~~ Funktionen kennen und beschreiben sie mathematisch. ~~Sie begreifen Funktionen als besondere Relationen.~~

- Produktmengen als Grundmengen
- ~~- Relationen; Graphen; Definitions- und Wertemenge~~
- ~~- Funktionen; Funktionsterm; Funktionswert; Nullstelle~~
- **Funktionen; Graphen; Funktionsterm; Definitions- und Wertemenge; Funktionswert; Nullstelle**

M 9.2 Lineare Funktionen [VSE]**(ca. 13 Std.)**

Ausgehend von der direkten Proportionalität erschließen die Schüler die linearen Funktionen. Sie erarbeiten wichtige Eigenschaften dieser Funktionen und ihrer Graphen. Der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners, erleichtert den Schülern das Auffinden dieser Eigenschaften. Vielfältige Übungen ermutigen und befähigen sie zu beobachten und zu entdecken, zu schließen und zu begründen.

- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx$; Ursprungsgeraden als Graphen, Steigung m als Parameter; Geradenbüschel im Ursprung; Zusammenhang zwischen den Steigungen orthogonaler Geraden
- Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + t$; verschobene Ursprungsgeraden als Graphen; parallele Geraden
- Punkt-Steigungs-Form der Geradengleichung
- Gleichungen achsenparalleler Geraden
- Praxisorientierte Aufgaben

M 9.3 Systeme linearer Gleichungen**(ca. 12 Std.)**

Die Schüler lernen, die Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme zunächst grafisch über die Schnittmenge zweier Geraden zu ermitteln. Dabei erkennen sie, dass je nach Lage der Gera-

den bei der Lösung unterschiedliche Fälle auftreten. Diesen begegnen sie auch bei der Lösung linearer Gleichungssysteme mithilfe verschiedener algebraischer Verfahren unter Verwendung von Taschenrechnern oder Computern.

- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen: grafische und algebraische Lösung
- Aufgaben mit geometrischen Problemstellungen sowie Sachaufgaben algebraisch lösen

M 9.4 Erweiterung des Zahlenbereichs: Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen (ca. 8 6 Std.)

An einem geeigneten Beispiel entdecken die Schüler die Unvollständigkeit der Menge der rationalen Zahlen und vollziehen die Erweiterung zur Menge der reellen Zahlen. Anhand der Gleichung $x^2 = a$ lernen sie den Wurzelbegriff kennen. Mit den Termumformungsregeln für Quadratwurzeln eröffnen sich die Schüler einen wichtigen Zugang zur späteren Bearbeitung weiterer algebraischer und geometrischer Inhalte.

- Lösungen der Gleichung $x^2 = a$
- irrationale Zahlen; Definition der Quadratwurzel
- Erweiterung des Zahlenbereichs auf \mathbb{R} ; reelle Zahlen auf der Zahlengeraden
- Umformen von einfachen Termen mit Quadratwurzeln: ~~Radizieren von Produkten bzw. Quotienten~~; Rechnen in \mathbb{R}

M 9.5 Flächeninhalt ebener Vielecke (ca. 12 11 Std.)

Die Schüler vergleichen die Flächeninhalte von Figuren durch Zerlegung in paarweise kongruente Teilfiguren und entdecken, dass zerlegungsgleiche Figuren flächengleich sind. Sie erarbeiten grundlegende Flächeninhaltsformeln, mit denen sie die Flächeninhalte beliebiger Vielecke bestimmen. Sie lernen, die Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken in der Koordinatenebene zu berechnen, und erweitern damit ihre Fähigkeit, geometrische Probleme algebraisch zu bearbeiten und funktionale Abhängigkeiten zu untersuchen.

- ~~- Zerlegungsgleichheit von Figuren; Höhen im Dreieck, im Parallelogramm und im Trapez~~
- Formeln für den Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck, Trapez und Drachenviereck
- Berechnen von Flächeninhalten ebener Figuren (auch mithilfe zweireihiger Determinanten); Aufgaben unter Berücksichtigung funktionaler Abhängigkeiten lösen und Extremwerte berechnen

M 9.6 Abbildung durch zentrische Streckung (ca. 14 12 Std.)

Die Schüler führen maßstäbliche Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen von Figuren durch und gelangen so zur Abbildung durch zentrische Streckung, die sie sowohl geometrisch-konstruktiv als auch algebraisch erfassen und in vielfältigen, insbesondere praxisorientierten Übungsaufgaben anwenden.

- Abbildung durch zentrische Streckung: Abbildungsvorschrift und Eigenschaften
- zeichnerische Ermittlung von Bildpunkten, Ursprüngen und Streckungszentrum; Einbeschreibungsaufgaben
- Vierstreckensatz; Ermitteln von ~~Strecken bzw.~~ Streckenlängen
- ~~ähnliche Figuren~~; Ähnlichkeitssätze für Dreiecke (~~Herleitung eines Satzes~~)
- praxisorientierte Aufgaben (z. B. aus der Vermessung)

M 9.7 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (ca. 10 Std.)

Die Schüler finden und begründen Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck und erschließen damit die Möglichkeit, Streckenlängen in ebenen Figuren und im Koordinatensystem zu berechnen. Auch hier entwickeln die Schüler ihre Fertigkeit weiter, geometrische Probleme algebraisch zu bearbeiten und funktionale Abhängigkeiten zu untersuchen.

- Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (aus der Geschichte: Euklid, Pythagoras)
- Berechnen von Streckenlängen (auch im Koordinatensystem: u. a. Länge der Diagonalen des Rechtecks und des Quadrats, Höhe des gleichseitigen Dreiecks)

M 9.8 Grundlagen der Raumgeometrie

(ca. 10 Std.)

Mithilfe von Modellen und geeigneten Computerprogrammen erkennen die Schüler wesentliche Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen sowie besondere Winkel im Raum und schulen dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Sie begreifen, dass Schrägbilder ein erprobtes Mittel sind, um anschauliche Bilder von Körpern in der Zeichenebene zu erhalten, und stellen dabei fest, dass die Maßtreue im Allgemeinen verloren geht, können aber mithilfe der Flächensätze die wahren Längenmaße ermitteln.

- Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum; Winkel zwischen Ebene und Gerade; Winkel zwischen zwei Ebenen
- Darstellen von Körpern im Schrägbild (Verzerrungswinkel und Verzerrungsfaktor)
- Anwendung der Flächensätze

M 9.9 Daten und Zufall

(ca. 6 Std.)

Aufbauend auf den Inhalten der Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sich die Schüler systematisch mit zusammengesetzten Zufallsexperimenten und veranschaulichen den Ablauf solcher Vorgänge an Baumdiagrammen. Mithilfe der Pfadregeln bestimmen sie Wahrscheinlichkeiten.

- zusammengesetzte Zufallsexperimente
- Pfadregeln