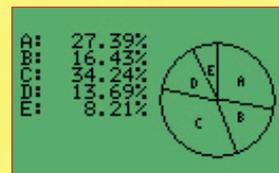
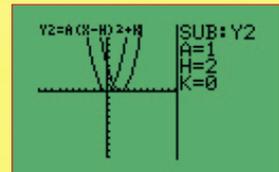
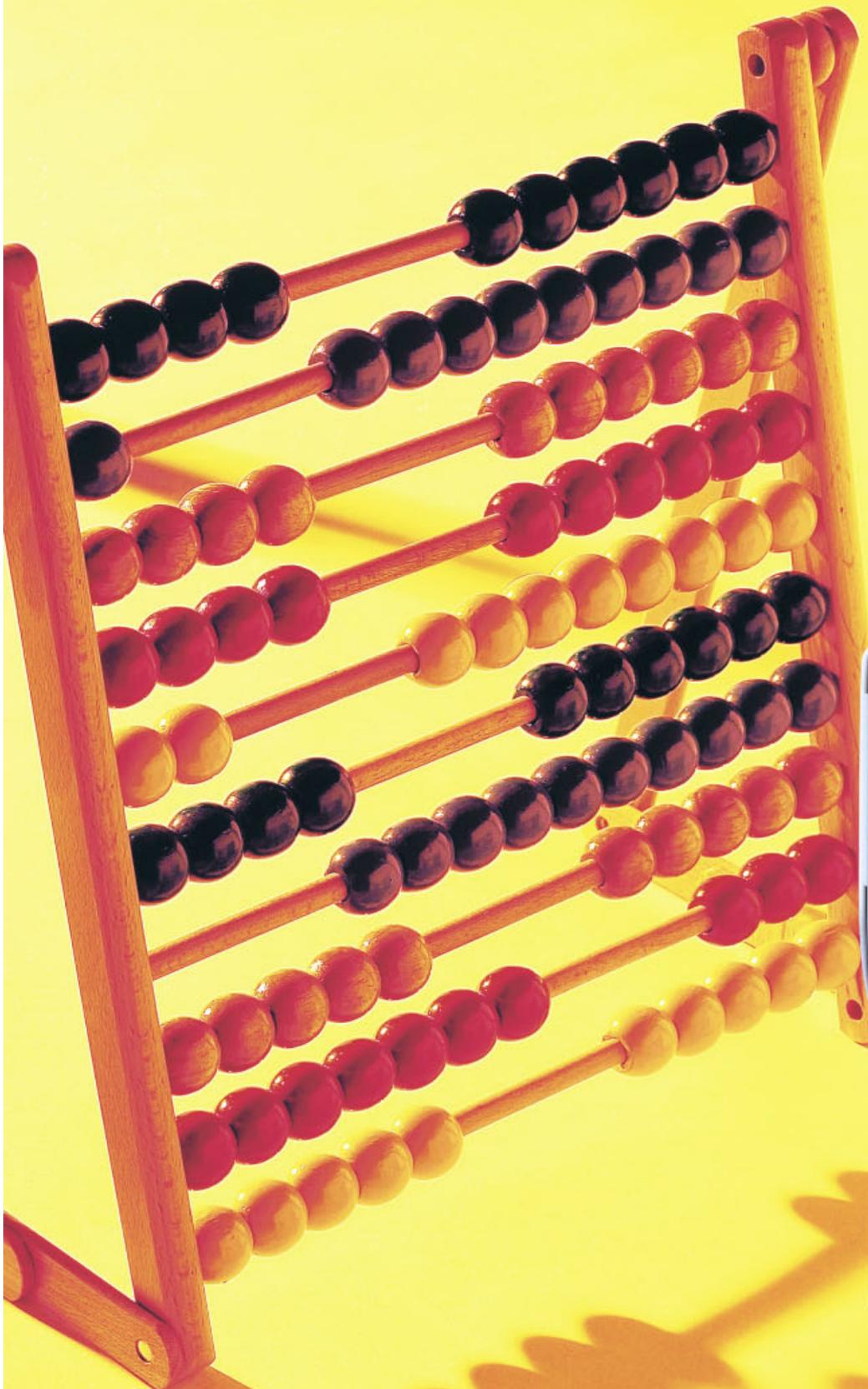


SHARP

EL-9900G
Grafikrechner



LEHRERHANDREICHUNG

Aufgabenbeispiele für die Sekundarstufe I

INHALT

1. Wichtige Hinweise	2
1.1. Lesen Sie stets den Abschnitt „vor dem Starten“	2
1.2. Grundeinstellungen	2
1.3. Anfangseinstellungen	3
1.4. Verwendung der Tasten:	3
1.5. Tastatur-Hinweise	3
1.6. Zum Gebrauch der Lehrerhandreichung	4
2. Aufgabenbeispiele der Sekundarstufe I	5
2.1. Brüche und Dezimalzahlen	5
2.2. Kreisdiagramme und Anteile	6
2.3. Lineare Gleichungen: Steigung und Achsenabschnitte	7
2.4. Parallele und senkrechte Graphen	9
2.5. Quadratische Gleichungen: Steigung und Achsenabschnitt	10
2.6. Gleichungen lösen	12
2.7. Nullstellen-Bestimmung eines Polynoms	18
2.8. Lösen von Gleichungssystemen	22
2.9. Ungleichungen	29
2.10. Betragsfunktion	36
2.11. Rationale Funktionen	45
2.12. Ermitteln einer linearen Funktionsgleichung	49
2.13. Parabeln	52
2.14. Kreise und Ellipsen	54
2.15. Hyperbeln	58
2.16. Vektorrechnung: Skalarprodukt	60
3. Tipps & Tricks	64
3.1. Günstige Zoom-Einstellung für komplizierte Funktionen	64
3.2. Funktionsgleichung zum Graphen einblenden	64
3.3. Eingabe-Korrektur nach bereits erfolgter Berechnung	64

1. Wichtige Hinweise

1.1. zum Abschnitt „vor dem Starten“

In jedem Kapitel finden Sie den Abschnitt „vor dem Starten“, der die Tastenkombination für die Einstellungsvoraussetzungen wiedergibt. In diesem Abschnitt werden Einstellungen genannt, die zunächst am Grafikrechner vorgenommen werden müssen, um den anschließenden Instruktionen und Abbildungen des Bildschirms folgen zu können.

1.2. Grundeinstellungen

1.2.1. Zurücksetzen des Grafikrechners / Reset

Mit folgender Tastenkombination setzen Sie den Grafikrechner EL-9900G auf die in dieser Handreichung verwendeten Anfangseinstellungen zurück und löschen gleichzeitig alle Speicherinhalte:



Auch durch kurzes Öffnen und wieder Schließen des Batteriefaches auf der Rückseite des Grafikrechners können Sie die Speicherinhalte löschen und die Anfangseinstellungen bewirken. Allerdings empfehlen wir dem Nutzer in erster Linie die zuerst beschriebene Vorgehensweise.

Hinweis:

Da bei diesem Vorgang alle Speicherinhalte gelöscht werden, empfehlen wir Ihnen, das EL-Grafiklink99, was separat erhältlich ist, zu benutzen. Mit Hilfe des Grafiklinks können Sie alle Daten des Grafikrechners EL-9900G, wie z.B. Programme und Einstellungen (s. auch Abschnitt 1.3. Anfangseinstellungen), die nicht verloren gehen sollen, bequem auf Ihrem PC sichern. Bei späterem Gebrauch können Sie auf die gesicherten Daten zurückgreifen und diese erneut mit Hilfe des Grafiklinks wieder auf den Grafikrechner zurückspielen.

1.2.2. Löschen einzelner Daten

Zum Löschen einzelner Daten (wie z.B. Listen, Matrizen, Programme, Dia-Shows), drücken Sie



Weitere Tasten, mit denen Sie Daten löschen können:

 , um Gleichungen bzw. falsche Anzeigen zu löschen.

  , um die letzte Funktion zu löschen.

1.3. Anfangseinstellungen

Folgende Anfangseinstellungen sind im Grafikrechner hinterlegt:

Menüart	Tastenfolge	Einstellungen
SET UP *		<i>Fortgeschrittenen-Tastatur:</i> Rad, FloatPt, 9, Rect, Decimal(Real), Equation, Auto <i>Basis-Tastatur:</i> Deg, FloatPt, 9, Rect, Mixed, Equation, Auto
FORMAT *		<i>Fortgeschrittenen-Tastatur:</i> OFF, OFF, ON, OFF, RectCoord <i>Basis-Tastatur:</i> OFF, OFF, ON, OFF
STAT PLOT	 Menüpunkt E	2. Plot OFF
Shade	 Menüpunkt G	2. INITIAL
ZOOM	 Menüpunkt A	5. Default
Period	 Menüpunkt C	1. PmtEnd (nur auf der <i>Fortgeschrittenen-Tastatur</i>)

Hinweis: * geht bei folgender Tastenkombination auf die Ursprungseinstellungen zurück

1.4. Verwendung der Tasten:

1.4.1. Zweite Belegungsebene

Drücken Sie , um die gelbe Doppelbelegung der Tasten zu verwenden.

, um die Funktion „ x^{-1} “ einzugeben.

1.4.2. Buchstaben

Drücken Sie , um Buchstaben einzugeben.

, um den Buchstaben „F“ zu schreiben.

Drücken Sie , um eine Abfolge von Buchstaben einzugeben.

, um den Buchstaben-Modus zu verlassen.

1.5. Tastatur-Hinweise

Manche Funktionen wie z.B. die Solver-, Matrix- oder auch Tool-Funktion sind nur in der Fortgeschrittenen-Tastatur (blaue Seite) enthalten.

Da diese Handreichung nur ein Beispiel für den Gebrauch des EL-9900G darstellt, verweisen wir für weitere Details auf die Bedienungsanleitung des EL-9900G.

1.6. Zum Gebrauch der Lehrerhandreichung

Diese Handreichung enthält die Bearbeitung verschiedenster Aufgabenbeispiele des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe I, die die praktische Anwendung des Grafikrechners EL-9900G im Mathematikunterricht verdeutlichen sollen. Die Aufgabenauswahl erfolgte exemplarisch, da sich natürlich eine unbegrenzte Menge an Anwendungsbeispielen im Mathematikunterricht finden lassen. Ein Anspruch auf Vollständigkeit wird daher nicht erhoben.

Mit Hilfe diese Handreichung sollen Lehrerinnen und Lehrer in die Lage versetzt werden, sich in möglichst kurzer Zeit in die Bedienweise des Grafikrechners EL-9900G einzuarbeiten. Es kann zum Selbststudium oder auch als Nachschlagewerk verwendet werden.

An dieser Stelle möchten wir uns bei allen Lehrern nochmals ausdrücklich bedanken, die für die Erstellung dieses Buches mit uns zusammengearbeitet haben. Da wir auch in Zukunft unsere Handreichungen regelmäßig überarbeiten, ergänzen und verbessern wollen, freuen wir uns über jeden Hinweis und über jede Idee für weitere Aufgaben oder Übungen.

Wir wünschen Ihnen weiterhin viel Erfolg und Freude beim Unterrichten!
Ihr SHARP-Schulrechner-team

2. Aufgabenbeispiele der Sekundarstufe I

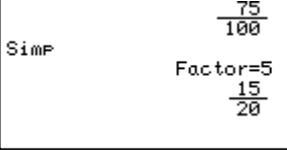
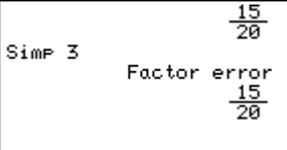
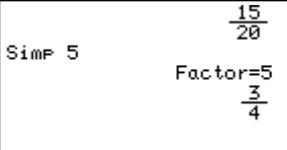
2.1. Brüche und Dezimalzahlen

Beispiel:

Wandeln Sie die Dezimalzahl 0,75 in einen Bruch.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten. Für das Umwandeln von Dezimalen und Brüchen ist die grüne **Basis-Tastatur** notwendig.

	<u>Tastenfolge</u>	<u>Bildschirm</u>	<u>Hinweise</u>
1	Wählen Sie den manuellen Modus zum Kürzen von Brüchen aus:  Menüpkt. H_2 		
2	Umwandeln von 0,75 in einen Bruch: 		
3	Kürzen des Bruches: 		Der Bruch kann mit dem Faktor 5 gekürzt werden.
4	Geben Sie 3 für ein weiteres Kürzen ein: 		Der Bruch kann mit dem Faktor 3 NICHT gekürzt werden, auch wenn der Zähler durch 3 teilbar ist (15 = 3+5).
5	Geben Sie 5 für ein weiteres Kürzen ein: 		$0,75 = \frac{3}{4}$

Der EL-9900G kann auf einfache Weise Dezimalzahlen in die Bruchdarstellung umwandeln. Ebenso kann er Schülern die notwendigen Schritte für das Kürzen von Brüchen veranschaulichen.

2.2. Kreisdiagramme und Anteile

Kreisdiagramme ermöglichen einen schnellen und klaren Überblick darüber, wie groß die Anteile der Daten im Verhältnis zu der Gesamtheit sind.

Beispiel:

Eine Umfrage unter Schülern über ihre Lieblingsfarbe ergab folgendes Ergebnis:

Rot: 20 Schüler	Rosa: 10 Schüler
Blau: 12 Schüler	Gelb: 6 Schüler
Grün: 25 Schüler	

1. Erstellen Sie ein Kreisdiagramm zu diesen Daten.
2. Bestimmen Sie den Prozentsatz jeder Farbe.

Vor dem Starten

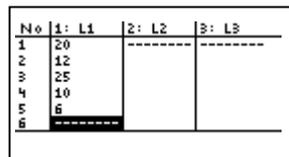
Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten. Hier kann sowohl die grüne Basis- als auch die blaue Fortgeschrittenen-Tastatur verwendet werden.

Tastenfolge

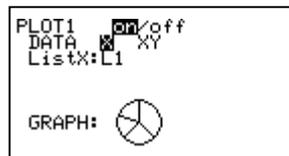
Bildschirm

Hinweise

1-1 Eingabe der Daten unter
STAT **ENTER** Menüpkt. A:
 20 **ENTER** 12 **ENTER** 25 **ENTER**
 10 **ENTER** 6 **ENTER**

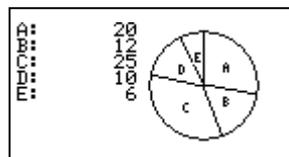


1-2 Einstellungen für das Kreisdiagramm vornehmen:
STAT PLOT Menüpkt. A **ENTER** **ENTER**
▼ **ENTER** **▼** **▼** **▼**
STAT PLOT Menüpkt. F_1 **ENTER**

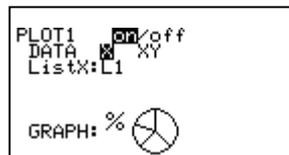


Beachten Sie, dass für die Bestimmung des Graphtypen der Cursor auf GRAPH stehen muss. Erst danach kann das Kreisdiagramm mit STAT PLOT ausgewählt werden.

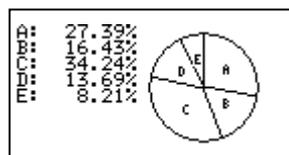
1-3 Erstellen Sie ein Kreisdiagramm:
GRAPH



2-1 Einstellungen für die %-Anzeige vornehmen:
STAT PLOT Menüpkt. A **ENTER** **ENTER**
▼ **▼** **▼**
STAT PLOT Menüpkt. F_2 **ENTER**



2-2 Erstellen Sie ein neues Kreisdiagramm:
GRAPH



Rot: 27.39%
 Blau: 16.43%
 Grün: 34.24%
 Rosa: 13.69%
 Gelb: 8.21%

Mit Hilfe des EL-9900G können Kreisdiagramme erstellt werden.

2.3. Lineare Gleichungen: Steigung und Achsenabschnitte

Eine lineare Gleichung kann durch die Achsenabschnittsform $y = mx + b$ ausgedrückt werden, wobei m die Steigung und b der y -Achsenabschnitt sind. Diese Gleichung wird „lineare Gleichung“ genannt, da ihr Graph eine Gerade ergibt. Gleichungen, deren Exponenten von x und y gleich 1 sind, werden folglich als lineare Gleichungen betrachtet. Beim Zeichnen linearer Gleichungen mit dem Grafikrechner wird die Variable x auf der horizontalen Achse und die Variable y auf der vertikalen Achse dargestellt.

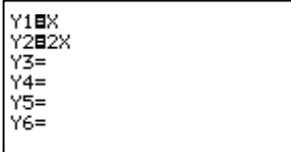
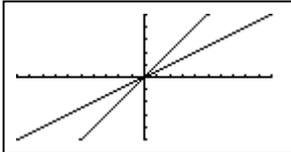
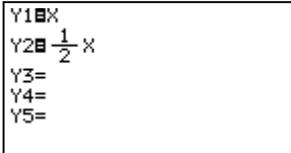
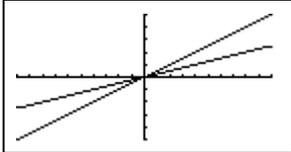
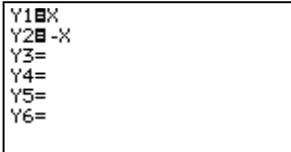
Beispiel:

Zeichnen Sie die Graphen zweier Gleichungen, indem Sie die Steigung bzw. den y -Achsenabschnitt verändern:

1. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x$ und $y = 2x$.
2. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x$ und $y = \frac{1}{2}x$.
3. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x$ und $y = -x$.
4. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x$ und $y = x + 2$.

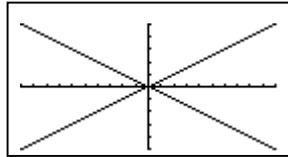
Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten. Für das Zeichnen von Graphen wird die blaue **Fortgeschrittenen-Tastatur** benötigt.

	<u>Tastenfolge</u>	<u>Bildschirm</u>	<u>Hinweise</u>
1-1	Eingabe der Gleichungen $Y1 = x$ und $Y2 = 2x$: 		
1-2	Zeichnen der beiden Graphen: 		Zuerst wird die Gleichung $Y1$, anschließend die Gleichung $Y2$ gezeichnet. Beachten Sie, wie $Y2$ steiler und schneller ansteigt. Mit zunehmender Größe von m steigt der Graph stärker an.
2-1	Eingabe der Gleichung $Y2 = \frac{1}{2}x$: 		
2-2	Zeichnen der beiden Graphen: 		Beachten Sie die Änderung der Steigung. Mit abnehmender Größe von m steigt der Graph schwächer an.
3-1	Eingabe der Gleichung $Y2 = -x$: 		

3-2

Zeichnen der beiden Graphen:

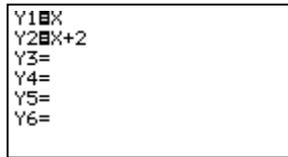


Beachten Sie, wie Y2 mit größer werdenden x-Werten abfällt, statt zu steigen.

Eine negative Steigung bedeutet, dass es sich bei dem Graphen um eine fallende Gerade handelt.

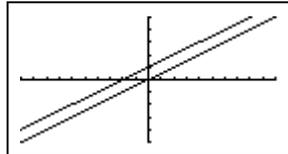
4-1

Eingabe der Gleichung $Y2 = x + 2$:



4-2

Zeichnen der beiden Graphen:



Die Addition von 2 verschiebt den Graphen $y = x$ um 2 Einheiten in positiver y-Richtung.

Das Zeichnen der Graphen ermöglicht ein leichtes Vergleichen der verschiedenen Graphen. Auf diese Weise können Schüler die Eigenschaften linearer Gleichungen leichter erfassen und verstehen.

2.4. Parallele und zueinander senkrechte Geraden

Parallele und zueinander senkrechte Geraden können durch Verändern der Steigung m und des y -Achsenabschnittes b einer linearen Gleichung gezeichnet werden.

Beispiel:

Zeichne parallele und senkrechte Graphen:

1. Zeichne die Graphen der Gleichungen $y = 3x + 1$ und $y = 3x + 2$.
2. Zeichne die Graphen der Gleichungen $y = 3x - 1$ und $y = -1/3 x + 1$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastensequenz

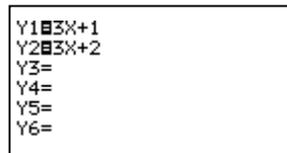
Bildschirm

Hinweise

1-1 Eingabe der Gleichungen
 $Y1 = 3x + 1$ und $Y2 = 3x + 2$

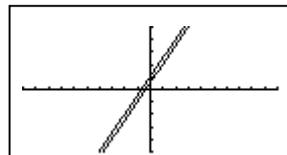
Y= 3 **X|RT|/|** + 1 **ENTER**

3 **X|RT|/|** + 2



1-2 Zeichnen der beiden Graphen:

GRAPH



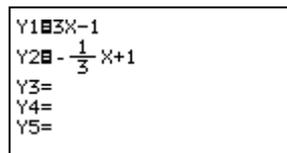
Die Geraden haben die gleiche Steigung, aber unterschiedliche y -Achsenabschnitte. Sie werden sich niemals schneiden, da sie parallel zueinander verlaufen.

2-1 Eingabe der Gleichungen
 $Y1 = 3x - 1$ und $Y2 = -1/3 x + 1$

Y= **CL** 3 **X|RT|/|** - 1 **ENTER**

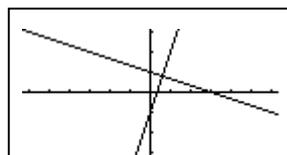
CL **(-)** 1 **a/b** 3

▶ **X|RT|/|** + 1



2-2 Zeichnen der beiden Graphen:

GRAPH



Die Geraden verlaufen senkrecht zueinander. Sie besitzen zueinander negativ reziproke Steigungen: m und $-1/m$. Es gilt: $m_1 * m_2 = -1$. Ihr Schnittpunkt bildet vier gleich große Winkel.

Der Grafikrechner EL-9900G kann zum Zeichnen von parallelen und senkrechten Linien verwendet werden. Gleichzeitig fördert er das Verständnis für Steigungen bzw. y -Achsenabschnitte linearer Gleichungen.

2.5. Quadratische Gleichungen: Steigung und Achsenabschnitt

Eine quadratische Gleichung kann durch die allgemeine Gleichung $y = a(x - h)^2 + k$ ausgedrückt werden, wobei a der Koeffizient des quadratischen Terms ($y = ax^2 + bx + c$) und (h, k) der Scheitelpunkt der durch die quadratische Gleichung gegebenen Parabel ist. Eine Gleichung, dessen größter Exponent der Variablen $x = 2$ ist, nennt man „quadratische Gleichung“. Beim Zeichnen quadratischer Gleichungen mit dem Grafikrechner wird die x -Variable auf der horizontalen Achse und die y -Variable auf der vertikalen Achse dargestellt. Der Graph kann durch das Variieren der Koeffizienten a , h und k verändert werden.

Beispiel:

Zeichnen Sie unterschiedliche Graphen quadratischer Gleichungen und untersuchen Sie die Beziehung zwischen den Graphen und den Koeffizienten der Gleichungen:

1. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x^2$ und $y = (x - 2)^2$.
2. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x^2$ und $y = x^2 + 2$.
3. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x^2$ und $y = 2x^2$.
4. Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = x^2$ und $y = -2x^2$.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

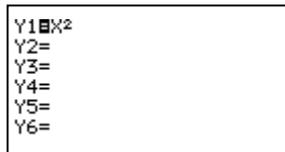
Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

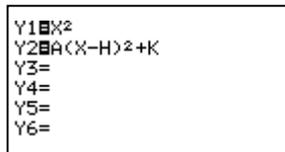
1-1 Eingabe der Gleichung $Y1 = x^2$

Y= **X|RT/n** **x²**



1-2 Eingabe der allg. Gleichung $Y2 = a(x - h)^2 + k$

▼ **ALPHA** **A** **(** **X|RT/n**
- **ALPHA** **H** **)** **x²**
+ **ALPHA** **K**

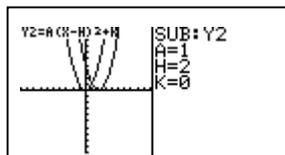


1-3 Aufrufen des Graphen der allg. Gleichung

2ndF **SUB**

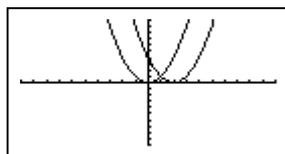
Einsetzen der Koeffizienten für $Y2 = (x - 2)^2$

1 **ENTER** **2** **ENTER**



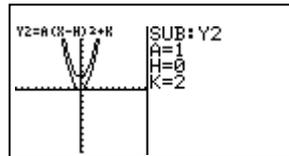
1-4 Zeichnen der Graphen:

GRAPH

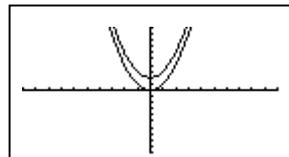


Durch die Addition von (-2) wird die Parabel um zwei Einheiten nach rechts verschoben. Das zeigt, dass die Parabel um h in x -Richtung verschoben wird.

2-1 Verändern der zweiten Gleichung in $Y2 = x^2 + 2$

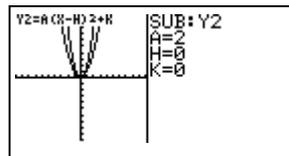


2-2 Zeichnen der Graphen:

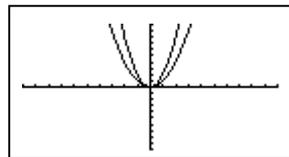


Durch die Addition von 2 wird die Parabel um zwei Einheiten nach oben entlang der y-Achse verschoben. Das zeigt, dass die Parabel um k in y-Richtung verschoben wird.

3-1 Verändern der zweiten Gleichung in $Y2 = 2x^2$:

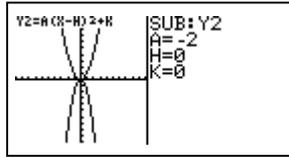
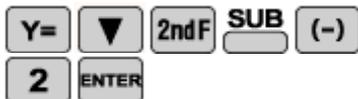


3-2 Zeichnen der Graphen:

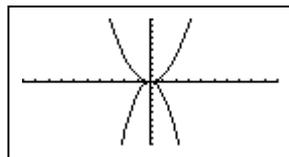


Durch die Multiplikation mit 2 wird die Parabel gestreckt und wirkt damit schlanker. Das zeigt, dass die Multiplikation mit $a > 1$ die Parabel streckt bzw. verschlankt.

4-1 Verändern der zweiten Gleichung in $Y2 = -2x^2$:



4-2 Zeichnen der Graphen:



Durch die Multiplikation mit (-2) wird die Parabel gestreckt und gleichzeitig an der x-Achse gespiegelt. Das zeigt, dass die Multiplikation mit $a < -1$ die Parabel streckt bzw. verschlankt und gleichzeitig an der x-Achse spiegelt.

Der Grafikrechner EL-9900G ermöglicht das einfache Zeichnen verschiedener quadratischer Gleichungen. Gleichzeitig können Sie mit Hilfe der SUB-Funktion die Eigenschaften quadratischer Gleichungen visualisieren: während Sie die Koeffizienten einer allg. Funktionsgleichung verändern, wird der veränderte Graph angezeigt.

2.6. Gleichungen lösen

2.6.1. Gleichungen lösen mit Hilfe der Gleichungsmethode (Amortisation)

Gleichungen mit einer Unbekannten können im SOLVER-Modus gelöst werden. Dafür können drei verschiedene Lösungsverfahren ausgewählt werden: das Gleichungs-, Newton- und grafische Verfahren. Anschließend gibt man alle bekannten Variablen ein und lässt den Grafikrechner die Unbekannte bestimmen.

Das Gleichungsverfahren wird verwendet, wenn durch einfaches Substituieren genau eine Lösung gefunden werden kann.

Beispiel:

Löse mit Hilfe des Gleichungsverfahrens folgende Amortisationsformel:

$$P = L \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{I}{12}\right)^{-N}}{\frac{I}{12}} \right]^{-1}$$

P = monatl. Zahlung, L = Darlehenssumme, I = Zinssatz, N = Anzahl der Monate

- Bestimme mit Hilfe des Gleichungsverfahrens die Höhe der monatlichen Zahlung für ein Darlehen in Höhe von 15.000 €, wenn der Zinssatz 9% und die Laufzeit 48 Monate betragen.
- Speicher die Formel unter der Bezeichnung „AMORT“ ab.
- Bestimme mit Hilfe der gespeicherten Formel die mögliche Darlehenssumme bei einem Zinssatz von 7%, einer Laufzeit von 60 Monaten sowie einer monatlichen Zahlung von 300 €.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Die SOLVER-Funktion befindet sich nur auf der blauen **Fortgeschrittenen-Tastatur**.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

- 1-1 Aufruf des SOLVER-Modus:



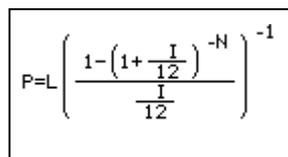
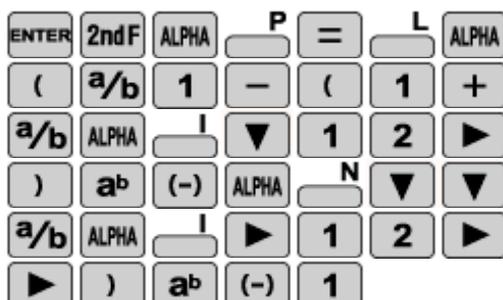
Dieser Bildschirm erscheint, nachdem kurz das Wort „SOLVER“ im Display angezeigt wurde.

- 1-2 Auswahl des Gleichungsverfahrens im Menüpunkt „A_METHOD“, Unterpunkt „1_Equation“:



Eingabe der Amortisationsformel:

- 1-3



Eingabe der Werte $L = 15.000$, $I = 0,09$ und $N = 48$:

1-4

```
Solver:Equation
P=0
L=15000
I=0,09
N=48
```

Berechnung der monatl. Zahlung P:

1-5

```
Equation solver
P=373.2756356
```

Die monatl. Zahlung (P) beträgt 373,28 €.

Speichern der Formel:

2-1

```
METHOD
BEGIN
SAVE
RENAME
Press[ENTER]
```

Benennen der Formel:

2-2

```
Equation title
[AMORT ]
```

Erneutes Aufrufen der Amortisationsformel:

3-1

```
METHOD
BEGIN
SAVE
RENAME
01AMORT
```

Eingabe folgender Werte:
 $P = 300$, $I = 0,01$ und $N = 60$

3-2

```
Solver:Equation
P=300
L=0
I=0,01
N=60
```

Berechnung der Darlehenssumme (L):

3-3

```
Equation solver
L=17550.27684
```

Die Darlehenssumme beträgt 17.500,28 €

Mit dem Gleichungseditor des EL-9900G erscheinen die kompliziertesten Ausdrücke im Display des Grafikrechners in exakt gleicher Weise wie im Schulbuch. Ebenso einfach ist es, die Lösung für unbekannte Variablen zu bestimmen, indem man im SOLVER-Modus der fortgeschrittenen Tastatur die gespeicherte Gleichung aufruft und die bekannten Variablen eingibt.

Hinweis: Als Startwert wird zunächst die Null vorgeschlagen. Startwert und Schrittgröße können jedoch geändert werden. Wenn nichts anderes eingegeben wurde, werden die Nullstellen der eingegebenen Gleichung bestimmt.

2.6.2. Gleichungen lösen mit Hilfe der grafischen Methode (Volumen eines Zylinders)

Mit dem SOLVER-Modus (Gleichungslöser) können Gleichungen mit einer Unbekannten gelöst werden, indem die bekannten Variablen eingegeben werden. Zum Lösen der Gleichung stehen drei Verfahren zur Verfügung: das Gleichungs-, Newton- und das grafische Verfahren.

- Das Gleichungsverfahren wird verwendet, wenn durch einfaches Substituieren genau eine Lösung gefunden werden kann.
- Mit dem Newton-Verfahren wird eine iterative Näherung zu einem gegebenen Startwert vorgenommen, um die Lösung zu bestimmen.
- Wenn jedoch kein Startwert gegeben ist oder mehrere Lösungen zu erwarten sind, verwendet man die grafische Methode. Diese Methode zeichnet den Graphen der linken und der rechten Seite der Gleichung und bestimmt den bzw. die Schnittpunkte.

Beispiel:

Verwenden Sie die grafische Methode, um den Radius eines Zylinders zu bestimmen, indem Sie den Lösungsbereich angeben.

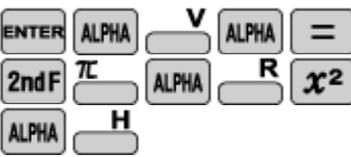
Formel für das Volumen eines Zylinders: $V = \pi r^2 h$ (V = Volumen, r = Radius, h = Höhe)

- Bestimmen Sie unter Verwendung der grafischen Methode den Radius eines Zylinders, dessen Volumen (V) 30 cm³ und seine Höhe (h) 10 cm betragen.
- Zeichnen Sie die Graphen der Gleichungen $y = 3x - 1$ und $y = -1/3 x + 1$

Vor dem Starten

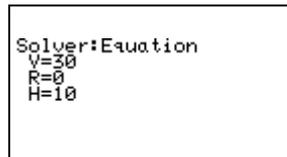
Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Die SOLVER-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

	<u>Tastensequenz</u>	<u>Bildschirm</u>	<u>Hinweise</u>
1-1	Aufruf des SOLVER-Modus: 		Dieser Bildschirm erscheint, nachdem kurz das Wort „SOLVER“ im Display angezeigt wurde.
1-2	Auswahl der grafischen Methode im Menüpunkt „A_METHOD“, Unterpunkt „3_Graphic“: 		
1-3	Eingabe der Volumenformel: 		

Eingabe folgender Werte:
 $V = 30$ und $H = 10$.

1-4

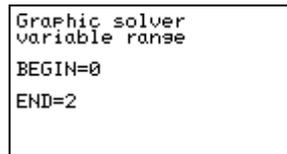


Anstoßen des Lösungsverfahrens:



1-5

Eingabe des Lösungsbereiches
 0 bis 2:

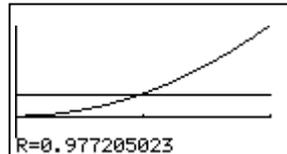


1-6

Ermitteln der Lösung für R:



evtl.



Das grafische Lösungsverfahren fordert zur Eingabe eines Lösungsbereiches auf.

$$r^2 = \frac{30}{10\pi} = \frac{3}{\pi} < 3$$

$$r = 1 \Rightarrow r^2 = 1^2 = 1 < 3$$

$$r = 2 \Rightarrow r^2 = 2^2 = 4 > 3$$

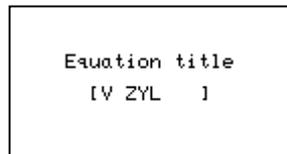
Verwenden Sie sicherheitshalber den größeren Wert.

Die SOLVER-Funktion zeichnet die linke Seite der Gleichung (Volumen, $y = 30$) und anschließend die rechte Seite der Gleichung ($y = 10 \pi r^2$). Zuletzt berechnet der Gleichungslöser den Schnittpunkt der beiden Graphen, um die Lösung zu bestimmen.

Der Radius beträgt 0,98 cm.

2

Speichern der Formel unter dem Namen „V ZYL“:



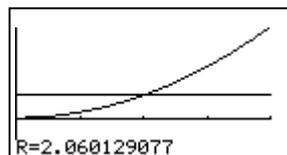
Erneutes Aufrufen der Formel und Eingabe der neuen Werte:
 $V = 200$ und $H = 15$.

3-1



3-2

Bestimmen des Radius' unter Angabe des Lösungsbereiches
 0 bis 4:



$$r^2 = \frac{200}{15\pi} = \frac{14}{\pi} < 14$$

$$r = 3 \Rightarrow r^2 = 3^2 = 9 < 14$$

$$r = 4 \Rightarrow r^2 = 4^2 = 16 > 14$$

Verwenden Sie sicherheitshalber den größeren Wert.

Antwort:

Der Radius r beträgt 2,06 cm.

Die Möglichkeit, Gleichungen zu speichern und erneut aufzurufen, ist eine sehr nützliche Funktion. Auf diese Weise kann die Lösung für verschiedene Werte der bekannten Variablen schnell ermittelt werden. Die grafische Methode liefert durch das Zeichnen der Graphen eine visuelle Lösung.

2.6.3. Gleichungen lösen mit Hilfe des Newton-Verfahrens (Flächeninhalt eines Trapezes)

Mit dem SOLVER-Modus können Gleichungen mit einer Unbekannten gelöst werden, indem die bekannten Variablen eingegeben werden. Zum Lösen der Gleichung stehen drei Verfahren zur Verfügung: Das Gleichungs-, Newton- und das grafische Verfahren.

Das Newton-Verfahren kann für kompliziertere Gleichungen verwendet werden. Diese Methode nimmt eine iterative Näherung zu einem gegebenen Startwert vor, um die Lösung einer Gleichung zu bestimmen.

Beispiel:

Bestimmen Sie unter Verwendung des Newton-Verfahrens die Höhe eines Trapezes mit Hilfe folgender Formel:

Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes: $A = \frac{1}{2} h (b + c)$

(A = Flächeninhalt, h = Höhe, b = obere Seite, c = untere Seite)

- Bestimmen Sie die Höhe eines Trapezes mit dem Flächeninhalt $A = 25 \text{ cm}^2$ und den Seitenlängen $b = 5 \text{ cm}$ und $c = 7 \text{ cm}$.
- Speichern Sie die Formel unter dem Namen „A TRAP“ ab.
- Bestimmen Sie die Höhe eines Trapezes mit dem Flächeninhalt $A = 50 \text{ cm}^2$ und den Seitenlängen $b = 8 \text{ cm}$ und $c = 10 \text{ cm}$.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Die SOLVER-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

1-1 Aufrufen des SOLVER-Modus:



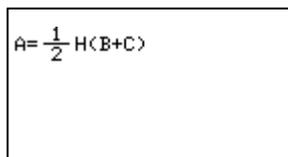
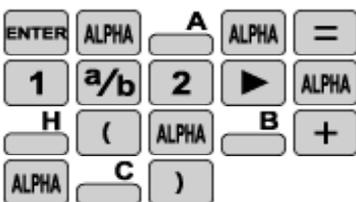
Dieser Bildschirm erscheint, nachdem kurz das Wort „SOLVER“ im Display angezeigt wurde.

1-2 Auswählen des Newton-Verfahrens im Menüpunkt „A_METHOD“, Unterpunkt „2_Newton“:



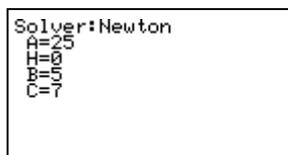
Eingabe der Formel:

1-3



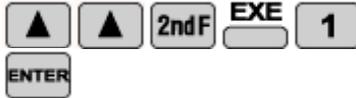
Eingabe folgender Werte:
A = 25, b = 5 und c = 7.

1-4



Auflösen nach H und Eingabe des Startwertes 1:

1-5

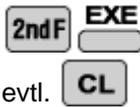


```
Newton solver
START=1
STEP=0.001
```

Das Newton-Verfahren arbeitet sowohl mit einem beliebigen als auch mit einem eingegebenen Startwert.

Ermitteln der Lösung für H:

1-6



```
Newton solver
H=4.166666667
RIGHT=25
LEFT =25
L-R =-0.000000002
```

Antwort:
Die Höhe h beträgt ca. 4,17 cm.

Speichern der Formel unter dem Namen „A TRAP“:

2



```
Equation title
[A TRAP ]
```

Erneutes Aufrufen der Formel und Eingabe der neuen Werte:
A = 50, b = 8 und c = 10.

3-1



```
Solver:Newton
A=50
H=4.166666667
B=8
C=10
```

Bestimmen der Höhe mit dem Startwert 1:

3-2



```
Newton solver
H=5.555555556
RIGHT=50
LEFT =50
L-R =0
```

Antwort:
Die Höhe h beträgt ca. 5,56 cm.

Die Möglichkeit, Gleichungen zu speichern und erneut aufzurufen, ist eine sehr nützliche Funktion. Auf diese Weise kann die Lösung für verschiedene Werte der bekannten Variablen schnell ermittelt werden. Das Newton-Verfahren ist für die schnelle Lösung komplizierter Gleichungen sehr hilfreich.

2.7. Nullstellen-Bestimmung eines Polynoms

2.7.1. Zeichnen und Abtasten eines Polynoms für die Nullstellen-Bestimmung

Ein Polynom $y = f(x)$ ist der Ausdruck einer Summe verschiedener Terme, die unterschiedliche Potenzen zu derselben Variablen haben. Die Nullstellen eines Polynoms sind die Schnittpunkte des zugehörigen Graphen mit der x-Achse, so dass $y = 0$ gilt.

Beispiel:

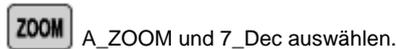
Zeichnen Sie einen Graphen eines Polynoms und schätzen Sie die Nullstellen des Polynoms unter Verwendung des Zoom- und der Trace-Funktion.

1. Zeichnen Sie das Polynom $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$.
2. Schätzen Sie die linke Nullstelle.
3. Schätzen Sie die mittlere Nullstelle.
4. Schätzen Sie die rechte Nullstelle.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



Stellen Sie als Zoom-Faktor 5 ein:



für x u. y Faktor 5 eingeben und bestätigen.

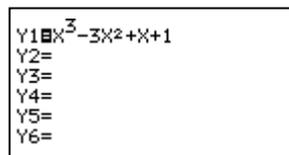


Tastenfolge

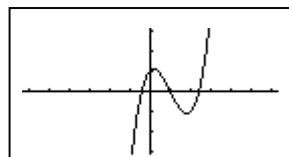
Bildschirm

Hinweise

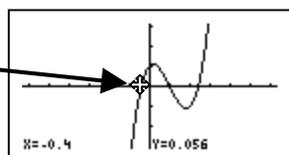
1-1 Eingabe des Polynoms
 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$



1-2 Zeichnen des Graphen:

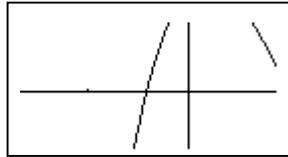


2-1 Bewegen des „Cursors“ in Richtung der linken Nullstelle:

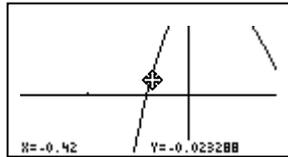


Der „Cursor“ blinkt auf der Kurve. Die x- und y-Koordinaten des Cursor-Standortes werden gleichzeitig unten auf dem Bildschirm angezeigt.

2-2 Hinein-Zoomen in die linke Nullstelle durch Auswahl im Untermenü „A_ZOOM“, dritter Unterpunkt „3_In“:



2-3 Bewegen des „Cursors“, um sich der Nullstelle zu nähern:



Die Nullstelle liegt in $x \approx -0,42$.

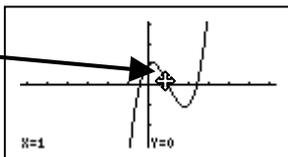
3-1 Zurückkehren zur vorherigen Fenster-Einstellung (dezimal): Untermenü „H_RCL“, Unterpunkt „2_PreWin“:

3-1



3-2 Bewegen des „Cursors“, um sich der mittleren Nullstelle anzunähern.

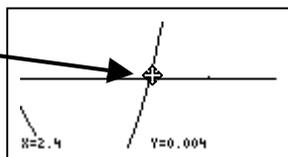
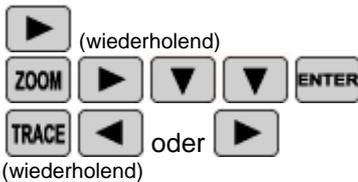
3-2



Die Nullstelle beträgt exakt $x = 1$. (Ein Zoomen ist somit an dieser Stelle nicht notwendig.)

4 Bewegen des „Cursors“ in der Nähe der rechten Nullstelle und Hinein-Zoomen, um für eine bessere Näherung den „Cursor“ dichter heran zu bewegen.

4



Die Nullstelle liegt in $x \approx 2,4$.

Für einen Überblick über den gesamten Graphen wieder Hinaus-Zoomen mit:



Der Grafikrechner ermöglicht das visuelle Auffinden der Nullstelle, indem der Graph des Polynoms gezeichnet wird. Mit Hilfe der Zoom- und der Trace-Funktion erhält man Näherungswerte der Lösungen.

2.7.2. Zeichnen eines Polynoms und Springen für die Bestimmung der Nullstellen

Ein Polynom $y = f(x)$ ist die Summe verschiedener Terme, die unterschiedliche Potenzen zu derselben Variablen besitzen. Die Nullstellen eines Polynoms sind die Schnittpunkte des zugehörigen Graphen mit der x-Achse, so dass $y = 0$ gilt.

Beispiel:

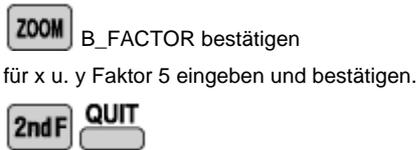
Zeichnen Sie den Graphen eines Polynoms und bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms unter Verwendung der CALC-Funktion.

1. Zeichnen Sie das Polynom $y = x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 1$.
2. Bestimmen Sie die Nullstellen nacheinander.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Stellen Sie als Zoom-Faktor 5 ein:



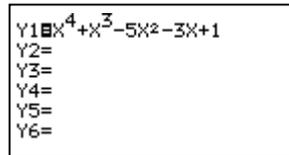
Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

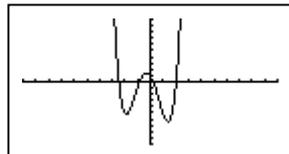
Eingabe des Polynoms
 $y = x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 1$

1-1



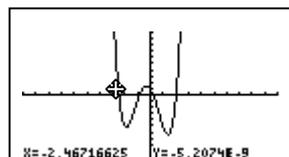
1-2

Zeichnen des Graphen:



2-1

Bestimmen der ersten Nullstelle:
 Untermenü „A_CALC“, fünfter
 Unterpunkt „5_X_Incpt“

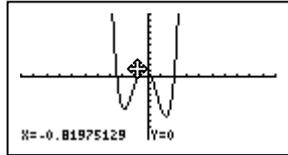


X = -2,47
 Y ist fast, aber nicht exakt Null.
 Die gefundene Nullstelle ist daher ein Näherungswert.

2-2 Analoges Bestimmen der nächsten Nullstelle:



(Wiederholen der Nullstellenbestimmung)

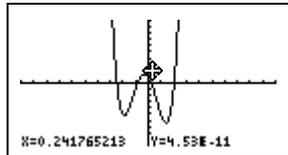


$X = -0,82$

2-3 Analoges Bestimmen der nächsten Nullstelle:



(Wiederholen der Nullstellenbestimmung)

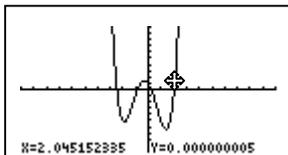


$x = 0,24$

2-4 Analoges Bestimmen der nächsten Nullstelle:



(Wiederholen der Nullstellenbestimmung)



$X = 2,05$

Die CALC-Funktion des Grafikrechners ermöglicht das Springen von einer Nullstelle zur nächsten im gezeichneten Graphen. Der Graph muss somit nicht umständlich abgetastet werden.

2.8. Lösen von Gleichungssystemen

2.8.1. Lösen eines Gleichungssystems durch Zeichnen und mit der TOOL-Funktion

Ein Gleichungssystem besteht aus mindestens zwei Gleichungen. Der Grafikrechner bietet die CALC- und die TOOL-Funktion zur Lösung von Gleichungssystemen. Mit der CALC-Funktion wird die Lösung durch das Berechnen der Schnittpunkte der Funktionsgraphen bestimmt. Die CALC-Funktion ist im Falle von zwei Variablen sehr nützlich, während die TOOL-Funktion ein lineares Gleichungssystem mit bis zu 6 Gleichungen mit bis zu 6 Variablen lösen kann.

Beispiel:

Lösen Sie ein Gleichungssystem unter Verwendung der CALC- oder der TOOL-Funktion. Benutzen Sie dafür zunächst die CALC-Funktion. Geben Sie die Gleichungen ein, zeichnen Sie den Graphen und bestimmen Sie die Schnittpunkte. Verwenden Sie anschließend die TOOL-Funktion, um das Gleichungssystem erneut zu lösen.

1. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit der CALC-Funktion:

$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x \end{cases}$$

2. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit der TOOL-Funktion:

$$\begin{cases} 5x + y = 1 \\ -3x + y = -5 \end{cases}$$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Stellen Sie die Window-Einstellungen wie folgt ein: $-5 < X < 5$, $-10 < Y < 10$:



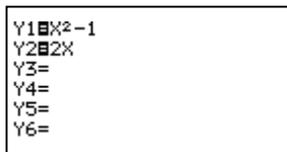
Die TOOL-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

Tastenfolge

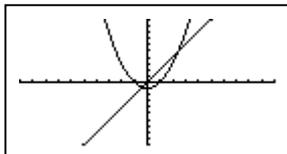
Bildschirm

Hinweise

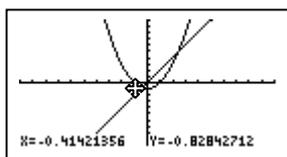
1-1 Eingabe des Gleichungssystems
Y1 = $x^2 - 1$ und Y2 = $2x$



1-2 Zeichnen des Graphen:



1-3 Bestimmen des linken Schnittpunktes mit der CALC-Funktion:
Im Untermenü „A_CALC“, zweiter Unterpunkt „2_Intsct“



Die x- und y-Koordinaten werden am unteren Rand des Bildschirms angezeigt: $x = -0,41$, $y = -0,83$.

2.8.2. Eingabe und Multiplikation von Matrizen

Eine Matrix ist eine rechteckige Anordnung von Elementen in Zeilen und Spalten, die als ein einzelnes Element betrachtet werden kann. Eine Matrix wird häufig als Ausdruck für viele lineare Gleichungen mit vielen Variablen benutzt.

Beispiel:

Geben Sie zwei Matrizen ein und führen Sie die Multiplikation dieser beiden Matrizen aus.

	A	B
1. Geben Sie eine 3x3-Matrix A ein.	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
2. Geben Sie eine 3x3-Matrix B ein.		
3. Multiplizieren Sie die Matrizen A und B.		

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Die MATRIX-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

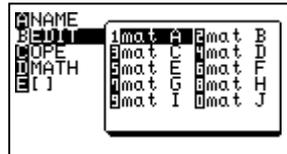
Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

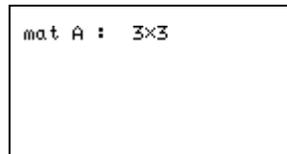
1-1 Aufruf der MATRIX-Funktion:

2ndF **MATRIX** **▼** **▶** **ENTER**



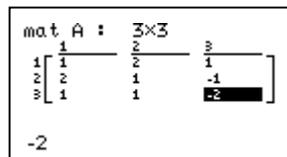
1-2 Eingabe der Dimension der Matrix A mit 3 Zeilen und 3 Spalten:

3 **ENTER** **3** **ENTER**



1-3 Zeilenweise Eingabe der Elemente:

1 **ENTER** **2** **ENTER** **1**
ENTER **2** **ENTER** **1** **ENTER**
(-) **1** **ENTER** **1** **ENTER**
1 **ENTER** **(-)** **2** **ENTER**



Analoge Eingabe der Matrix B:

2

2ndF MATRIX \blacktriangleright \blacktriangleright ENTER
 3 ENTER 3 ENTER

-1

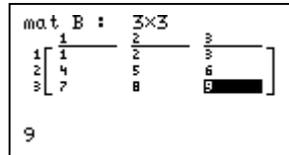
1 ENTER 2 ENTER 3
 ENTER 4 ENTER 5 ENTER

-2

6 ENTER

-3

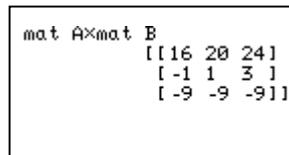
7 ENTER 8 ENTER 9
 ENTER



Multiplikation der Matrix A mit der Matrix B:

3-1

\oplus \ominus 2ndF MATRIX \blacktriangle \blacktriangleright
 \otimes \otimes ENTER \times 2ndF MATRIX \blacktriangleright
 \blacktriangleright ENTER ENTER

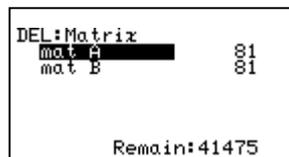


Die Matrizen-Multiplikation kann nur dann durchgeführt werden, wenn die Anzahl der Spalten der Matrix A der Anzahl der Zeilen der Matrix B entsprechen.

Löschen der eingegebenen Matrizen:

3-2

2ndF OPTION \blacktriangledown \blacktriangledown \blacktriangleright
 \blacktriangledown ENTER ENTER
 CL



Die Matrizen-Multiplikation kann mit dem Grafikrechner sehr leicht durchgeführt werden.

2.8.3. Lösen linearer Gleichungssysteme mit Hilfe der MATRIX-Funktion

Ein lineares Gleichungssystem bestehend aus drei linearen Gleichungen besitzt maximal 3 Variable. Gleichungen mit mehr als 3 Variablen können mit dem Grafikrechner nicht gezeichnet werden. Die Lösung des Gleichungssystems kann numerisch unter Verwendung der MATRIX-Funktion oder der TOOL-Funktion ermittelt werden.

Ein lineares Gleichungssystem kann wie folgt ausgedrückt werden: $AX = B$, wobei A, X und B Matrizen sind. Die Lösung der Matrix X wird durch Multiplikation $A^{-1}B$ bestimmt. Hierbei muss die Reihenfolge streng eingehalten werden: Die korrekte Antwort erhält man durch die Multiplikation BA^{-1} . Eine inverse Matrix A^{-1} ist eine Matrix, die mit A multipliziert die Einheitsmatrix I ergibt ($A^{-1} \times A = I$). Die Einheitsmatrix I ist definiert als quadratische Matrix, die in der Diagonalen nur Einsen und sonst nur Nullen aufweist.

Beispiel:

Verwenden Sie die Matrizen-Multiplikation für das Lösen eines linearen Gleichungssystems.

1. Geben Sie die 3x3-Einheitsmatrix als Matrix A ein.

2. Bestimmen Sie die inverse Matrix von Matrix B.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x + y - z = 1 \\ x + y - 2z = -3 \end{cases}$$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

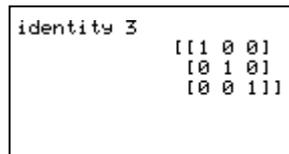
Die MATRIX-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

Tastenfolge

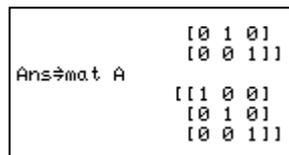
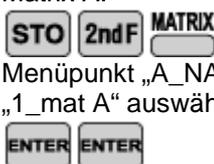
Bildschirm

Hinweise

1-1 Aufrufen der 3x3-Einheitsmatrix:
im Menüpunkt „C_OPE“, fünfter
Unterpunkt „05_identity“



1-2 Speichern der Einheitsmatrix als
Matrix A:
Menüpunkt „A_NAME“, Unterpunkt
„1_mat A“ auswählen



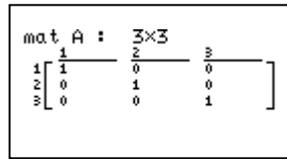
Versichern, dass die Einheitsmatrix als Matrix A gespeichert ist:
Matrix A erneut aufrufen

1-3

2ndF **MATRIX**

Menüpunkt „B_EDIT“, Unterpunkt „1_mat A“ auswählen

ENTER



Eingabe der 3x3-Matrix B:

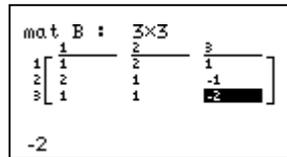
2-1

2ndF **MATRIX**

Menüpunkt „B_EDIT“, Unterpunkt „2_mat B“ auswählen

ENTER **3** **ENTER** **3** **ENTER**

1 **ENTER** **2** **ENTER** **1**
ENTER **2** **ENTER** **1** **ENTER**
(-) **1** **ENTER** **1** **ENTER**
1 **ENTER** **(-)** **2** **ENTER**



Herausgehen aus dem Matrix-Editor.

Bestimmen der inversen Matrix zu B:

2-2

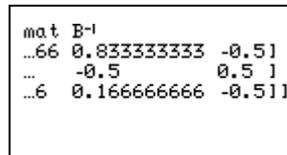
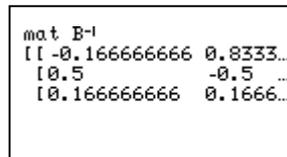
2ndF **QUIT** **CL**

2ndF **MATRIX**

Menüpunkt „A_NAME“, Unterpunkt „2_mat B“ auswählen

ENTER **2ndF** **x⁻¹** **ENTER**

▶ (wiederholend)



Einige quadratische Matrizen haben keine inverse Matrix. In diesen Fällen wird beim Berechnen der Inversen eine Fehler-Meldung generiert.

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,17 & 0,83 & -0,5 \\ 0,5 & -0,5 & 0,5 \\ 0,17 & 0,17 & -0,5 \end{bmatrix}$$

Eingabe der Konstanten der rechten Seite des Gleichungssystems als 3x1-Matrix C:

3-1

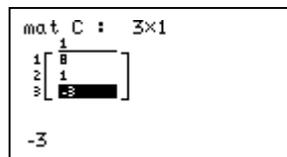
2ndF **MATRIX**

Menüpunkt „B_EDIT“, Unterpunkt „3_mat C“ auswählen

ENTER **3** **ENTER** **1** **ENTER**

8 **ENTER** **1** **ENTER** **(-)**

3 **ENTER**



Das Gleichungssystem kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Sei für die Matrizen B, X und C:
 $BX = C$
 $B^{-1}BX = B^{-1}C$
 $I = B^{-1}(B^{-1}B = I, \text{Einheitsmatrix})$
 $X = B^{-1}C$

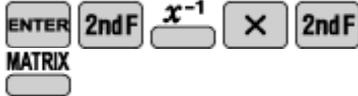
EL-9900 Grafikrechner

Berechnen von $B^{-1}C$:

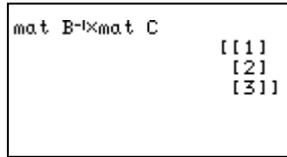


Menüpunkt „A_NAME“, Unterpunkt „2_mat B“ auswählen

3-2



Menüpunkt „A_NAME“, Unterpunkt „3_mat C“ auswählen



$(x; y; z) = (1; 2; 3)$

Löschen der eingegebenen Matrizen:

3-2



Der Grafikrechner EL-9900G beherrscht sowohl die Berechnung der inversen Matrix als auch die Matrizen-Multiplikation. Auf diese Weise können lineare Gleichungssystem mit Hilfe der MATRIX-Funktion gelöst werden.

2.9. Ungleichungen

2.9.1. Lösen von Ungleichungen

Das Lösen einer Ungleichung $f(x) \leq 0$ oder $f(x) \geq 0$ oder $f(x) \leq g(x)$ oder $f(x) \geq g(x)$ bedeutet, alle x -Werte zu finden, für die die Ungleichung wahr wird.

Es gibt zwei Wege, diese Werte für eine Ungleichung mit einer Unbekannten zu finden, indem man grafische Techniken verwendet:

Die erste Möglichkeit besteht darin, die Ungleichung umzuschreiben, so dass links eine Funktion von x und rechts 0 steht. Beispiel: Für die Lösung von $f(x) < 0$ bestimmt man denjenigen Bereich des Graphen von $f(x)$, der unterhalb der x -Achse liegt.

Bei der zweiten Möglichkeit betrachtet man beide Seiten der Ungleichung als individuelle Terme. Beispiel: Für die Lösung von $f(x) < g(x)$ bestimmt man denjenigen Bereich des Graphen von $f(x)$, der unterhalb des Graphen von $g(x)$ liegt.

Beispiel:

Lösen Sie eine Ungleichung auf zwei verschiedene Weisen:

- Lösen Sie $3(4 - 2x) \geq 5 - x$, indem Sie die Ungleichung so umformen, dass rechts 0 steht.
- Lösen Sie $3(4 - 2x) \geq 5 - x$, indem Sie den Lösungsbereich schraffieren.

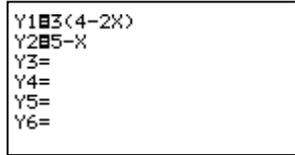
Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

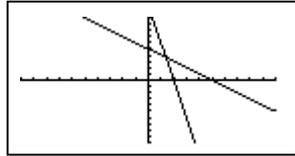
	<u>Tastenfolge</u>	<u>Bildschirm</u>	<u>Hinweise</u>
1-1	<p>Umformen der Ungleichung, so dass auf der rechten Seite 0 steht. Eingabe der linken Seite für Y1: $Y1 = 3(4 - 2x) - 5 + x$</p>		$3(4 - 2x) \geq 5 - x$ $\Leftrightarrow 3(4 - 2x) - 5 + x \geq 0$
1-2	<p>Zeichnen des Graphen:</p>		
1-3	<p>Bestimmen des Schnittpunktes mit der x-Achse und Lösen der Ungleichung: Unterpunkt "5_X_Incpt" auswählen</p>		<p>Der Schnittpunkt mit der x-Achse ist $(x;y) = (1.4 ; 0)$ Da der Graph links vom Schnittpunkt oberhalb der x-Achse verläuft, findet man dort die Lösung für die Ungleichung $3(4 - 2x) - 5 + x \geq 0$. Dies wiederum bedeutet, dass die Ungleichung für alle $x \leq 1.4$ gilt.</p>

2-1 Eingabe von
 $Y1 = 3(4 - 2x)$ und $Y2 = 5 - x$

Y= **▶** (7 mal drücken)
DEL (4 mal drücken) **ENTER**
5 **-** **X/YT/n**



2-2 Zeichnen der Graphen:
GRAPH



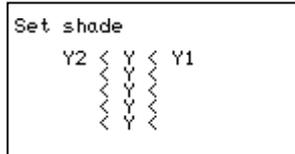
2-3 Aufrufen der Schraffierung im
DRAW-Menü, Unterpunkt
„G_SHADE“, Unterpunkt „1_SET“:

2ndF **DRAW** **▼** **▼** **▼**
▼ **▼** **▼** **▶** **ENTER**



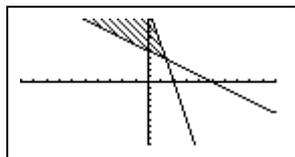
2-4 Bestimmen der Schraffierung im
VARS-Menü, Unterpunkt
„A_EQVARS“, Unterpunkt „A_XY“
und schließlich „2_Y2“.
Analog dazu „1_Y1“ auswählen:

2ndF **VARS** **ENTER** **▶** **▶**
ENTER **▶**
2ndF **VARS** **ENTER** **▶** **ENTER**



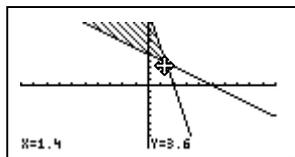
Da die Ungleichung auf die Terme $Y1 \geq Y2$ gebracht wurde, liegt die Lösungsmenge oberhalb von Y2 und zugleich unterhalb von Y1.

2-5 Anzeigen des schraffierten
Bereiches:
GRAPH



2-6 Bestimmen des Schnittpunktes der
beiden Graphen und Lösen der
Ungleichung:

2ndF **CALC**
Unterpunkt „2_Intsct“ auswählen
ENTER



Der Schnittpunkt liegt in $(x;y) = (1.4 ; 3.6)$. Da der schraffierte Bereich sich links vom Schnittpunkt befindet, gilt die Ungleichung für alle $x \leq 1.4$.

Die grafischen Lösungsmethoden bieten nicht nur eine hilfreiche Visualisierung des Lösungsprozesses, sondern können ebenso auf Ungleichungen angewandt werden, die algebraisch häufig schwierig zu lösen sind. Die SHADE-Funktion des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht die Visualisierung des Lösungsbereiches. Ebenso können die Schnittpunkte leicht ermittelt werden.

2.9.2. Lösen von „doppelten Ungleichungen“

Die Lösung eines Systems mit zwei Ungleichungen mit einer Unbekannten x besteht aus allen x-Werten, für die jede Ungleichung des Systems gilt. Ein System $f(x) \geq a$, $f(x) \leq b$, bei dem der gleiche Ausdruck in beiden Ungleichungen erscheint, wird allgemein auch „doppelte Ungleichung“ genannt und wird häufig durch folgende Form ausgedrückt: $a \leq f(x) \leq b$.

Beispiel:

Lösen Sie eine doppelte Ungleichung unter Verwendung grafischer Techniken:

$$2x - 5 \geq -1$$

$$2x - 5 \leq 7$$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

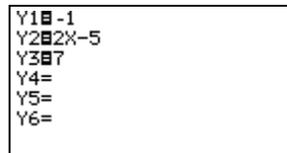
Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

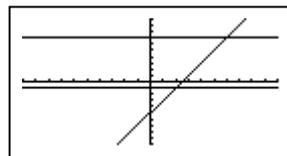
1-1 Eingabe von
Y1 = -1 und Y2 = 2x - 5 und Y3 = 7

Y= **(-)** **1** **ENTER** **2**
X/YT/M **-** **5** **ENTER** **7**

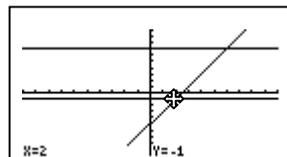
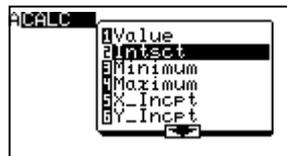


Die gegebene „doppelte Ungleichung“ kann auch wie folgt geschrieben werden:
 $-1 \leq 2x - 5 \leq 7$

1-2 Zeichnen der Graphen:
GRAPH

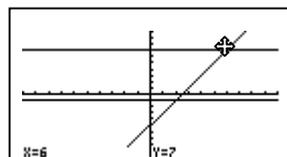


1-3 Bestimmen des Schnittpunktes der Graphen:
2ndF **CALC**
Unterpunkt "2_Intsct" auswählen
ENTER



$Y = 2x - 5$ und
 $Y = -1$
Schnittpunkt liegt in $(x;y) = (2;-1)$.

1-4 Bewegen des „Cursors“ und Bestimmen eines weiteren Schnittpunktes:
▲ **2ndF** **CALC**
Unterpunkt "2_Intsct" auswählen
ENTER



$Y = 2x - 5$ und
 $Y = 7$
Schnittpunkt liegt in $(x;y) = (6;7)$.

1-5 Lösen der Ungleichung.

Die Lösung der „doppelten Ungleichung“ $-1 \leq 2x - 5 \leq 7$ umfasst alle x-Werte, die im Bereich von 2 bis 6 liegen: $2 \leq x \leq 6$

Die SHADE-Funktion des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht die Visualisierung des Lösungsbereiches. Ebenso können die Schnittpunkte leicht ermittelt werden.

2.9.3. Ungleichungssystem mit zwei Unbekannten

Der Lösungsbereich eines Ungleichungssystems mit zwei Unbekannten umfasst alle Punkte (x;y), für die alle Ungleichungen des Systems gelten. Für das Lösen der Ungleichungen mit zwei Unbekannten müssen die Ungleichungen so umgeformt werden, dass die Unbekannte y isoliert wird. Der Rest bleibt auf der anderen Seite der Ungleichung als eine eigene Funktion stehen.

Der Grafikrechner akzeptiert ausschließlich nur Funktionen der Form $y = \dots$. (y ist als Term von x definiert)

Beispiel:

Lösen Sie ein Ungleichungssystem mit zwei Unbekannten, indem Sie den Lösungsbereich schraffieren:

$$2x + y \geq 1$$

$$x^2 + y \leq 1$$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Bildschirm

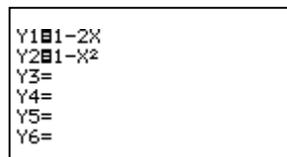
Hinweise

- 1-1 Umformen der Ungleichung, so dass auf der linken Seite y steht:

$$2x + y \geq 1 \Leftrightarrow y \geq 1 - 2x$$

$$x^2 + y \leq 1 \Leftrightarrow y \leq 1 - x^2$$

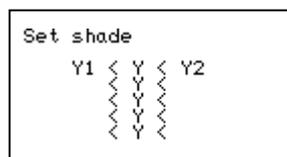
- 1-2 Eingabe von $Y1 = 1 - 2x$ und $Y2 = 1 - x^2$
- Y= 1 - 2 X|RT/n
 ENTER 1 - X|RT/n x²



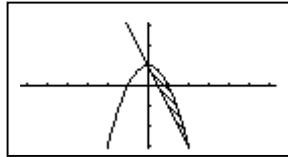
- 1-3 Aufrufen der Schraffierung im DRAW-Menü, Unterpunkt „G_SHADE“, Unterpunkt „1_SET“:
- 2ndF DRAW [down] [down] [down]
 [down] [down] [down] [right] ENTER



- 1-4 Bestimmen der Schraffierung im VARS-Menü, Unterpunkt „A_EQVARS“, Unterpunkt „A_XY“ und schließlich „2_Y2“.
- Analog dazu „1_Y1“ auswählen:
- 2ndF VARS ENTER [right] ENTER
 [right]
 2ndF VARS ENTER [right] [right]
 ENTER



1-5 Zeichnen der Graphen:



Bestimmen der Schnittpunkte der Graphen:

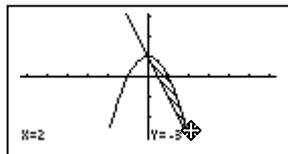
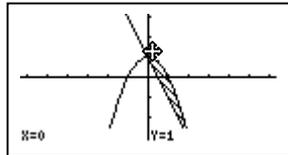


Unterpunkt "2_Intsct" auswählen

1-6



Unterpunkt "2_Intsct" auswählen



Die Schnittpunkte liegen in $(x;y) = (0;1)$ und $(x;y) = (2;-3)$

1-6 Lösen des Ungleichungssystems.

Lösung: $0 \leq x \leq 2$

Die grafischen Lösungsmethoden bieten nicht nur eine hilfreiche Visualisierung des Lösungsprozesses, sondern können ebenso auf Ungleichungen angewandt werden, die algebraisch häufig schwierig zu lösen sind. Die SHADE-Funktion des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht die Visualisierung des Lösungsbereiches. Ebenso können die Schnittpunkte leicht ermittelt werden.

2.9.4. Lösungsbereiche von Ungleichungen zeichnen

Der Lösungsbereich einer Ungleichung umfasst alle Punkte (x;y), für die die Ungleichung gilt.

Beispiel:

Überprüfen Sie, ob die gegebenen Punkte im Lösungsbereich eines Ungleichungssystems liegen:

- Zeichnen Sie den Lösungsbereich des folgenden Ungleichungssystems:
 $x + 2y \leq 1$
 $x^2 + y \geq 4$
- Welcher der folgenden Punkte liegt innerhalb des Lösungsbereiches?
 (-1.6 ; 1.8), (-2 ; -5), (2.8 ; -1.4), (-8 ; 4)

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

- 1-1 Umformen der Ungleichung, so dass auf der linken Seite y steht:

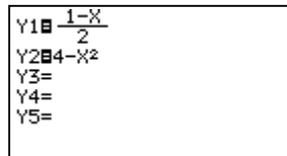
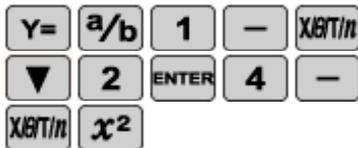
$$x + 2y \leq 1 \Leftrightarrow y \leq \frac{1-x}{2}$$

$$x^2 + y \geq 4 \Leftrightarrow y \geq 4 - x^2$$

Eingabe von

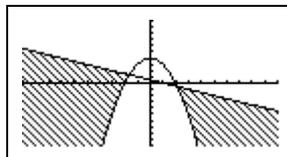
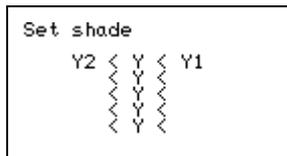
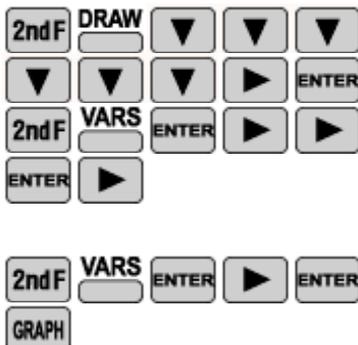
$$Y1 = \frac{1-x}{2} \text{ und } Y2 = 4 - x^2$$

- 1-2



Einstellen der Schraffierung und Anzeigen des Lösungsbereiches:

- 1-3



$$Y2 \leq y \leq Y1$$

Vornehmen genauerer WINDOW-Einstellungen:
 $-9 < x < 3, -6 < y < 5$

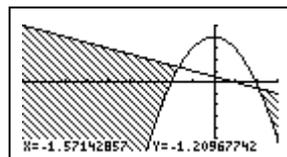
2-1



```
Window (Rect)
Xmin=-9
Xmax=3
Xscl=1
Ymin=-6
Ymax=5
Yscl=1
```

Verwenden des „Cursor“, um die Position einzelner Punkte zu überprüfen:

2-2

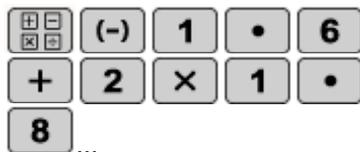


Die Punkte (2.8 ; -1.4) u. (-8 ; 4) liegen innerhalb des Lösungsbereiches.

Die Punkte (-1.6 ; 1.8) u. (-2 ; -5) liegen außerhalb des Lösungsbereiches.

Einsetzen der Punkte in die Ungleichungen und Bestätigen, ob diese innerhalb des Lösungsbereiches liegen:

2-3



usw., Tastenfolge wurde weggelassen.

$-1.6+2 \times 1.8$	2
$-2+2 \times -5$	-12
$(-2)^2+ -5$	-1

....

$2.8^2+ -1.4$	6.44
$-8+2 \times 4$	0
$(-8)^2+4$	68

(-1.6 ; 1.8):

$$-1.6 + 2 * 1.8 = 2$$

$$\Rightarrow (-1.6 ; 1.8) \notin L$$

(-2 ; -5):

$$-2 + 2 * (-5) = -12$$

$$\Rightarrow (-2 ; -5) \notin L$$

(2.8 ; -1.4):

$$2.8 + 2 * (-1.4) = 0$$

$$(2.8)^2 + (-1.4) = 6.44$$

$$\Rightarrow (2.8 ; -1.4) \in L$$

(-8 ; 4):

$$-8 + 2 * 4 = 0$$

$$(-8)^2 + 4 = 68$$

$$\Rightarrow (-8 ; 4) \in L$$

Die grafischen Lösungsmethoden bieten nicht nur eine hilfreiche Visualisierung des Lösungsprozesses, sondern können ebenso auf Ungleichungen angewandt werden, die algebraisch häufig schwierig zu lösen sind. Die SHADE-Funktion des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht die Visualisierung des Lösungsbereiches. Ebenso ermöglichen der frei zu bewegendende Cursor und die ZOOM-Funktion, Details visuell zu überprüfen.

2.10. Betragsfunktion

2.10.1. Steigung und Achsenabschnitt einer Betragsfunktion (Funktionsschar mit Hilfe der SUB-Funktion)

Der Betrag einer reellen Zahl x wird wie folgt definiert:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x \leq 0 \end{cases}$$

In einfachen Worten ausgedrückt:

Ist x ein negativer Wert, so bildet man den Betrag von x , indem man das Vorzeichen wegstreicht.
Ist x positiv, dann ist der Betrag gleich x .

Beispiel:

Betrachten Sie verschiedene Betragsfunktionen und prüfen Sie die Zusammenhang zwischen Graph und Parametern:

1. Zeichnen Sie den Graphen von $y = |x|$
2. Zeichnen Sie den Graphen von $y = |x - 1|$ und $y = |x| - 1$, indem Sie die SUB-Funktion verwenden.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Bildschirm

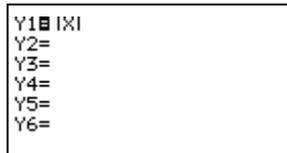
Hinweise

1-1

Eingabe der Funktion $Y1 = |x|$

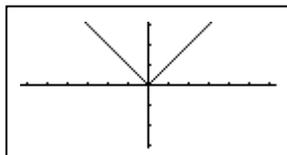


Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen



1-2

Zeichnen des Graphen:



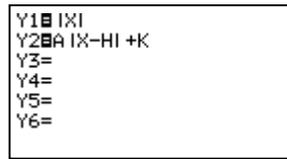
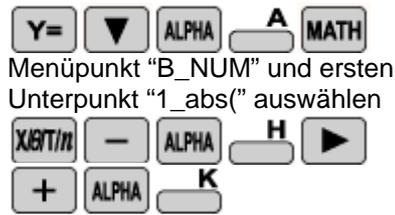
Beachten Sie, dass der Definitionsbereich von $f(x) = |x|$ die Menge aller reellen Zahlen ist und der Lösungsbereich die Menge aller nicht-negativen Zahlen ergibt.

Die Steigung des Graphen ist 1 im Bereich $x > 0$ und -1 im Bereich $x \leq 0$.

Eingabe der allg. Gleichung

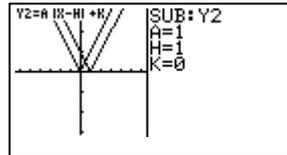
$$y = a|x - h| + k \text{ für Y2:}$$

2-1



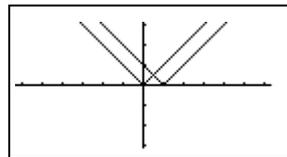
Einsetzen der Parameter für den Graphen $y = |x - 1|$

2-2



Zeichnen der Graphen:

2-3

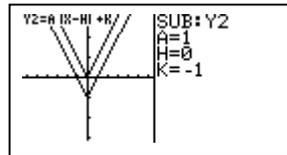
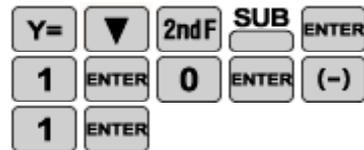


Das Einsetzen von $h (>0)$ in die Gleichung $y = a|x - h| + k$ verschiebt den Graphen um h Einheiten nach rechts (in Richtung der x -Achse).

Verändern der Parameter in

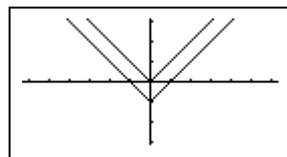
$$Y1 = |x| - 1:$$

2-4



Zeichnen der Graphen:

2-5



Die Addition von $k (>0)$ in der Gleichung $y = a|x - h| + k$ verschiebt den Graphen um k Einheiten nach oben (in Richtung der y -Achse).

Der Gleichungseditor des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht das Schreiben der Betragsfunktion wie im Schulbuch bzw. -heft. Zudem zeichnet der Grafikrechner auf schnelle Weise verschiedene Betragsfunktionen und verdeutlicht dabei ihre Eigenschaften in einer leicht nachvollziehbaren Weise.

2.10.2. Lösen von Gleichungen mit Beträgen

Der Betrag einer reellen Zahl x wird wie folgt definiert:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x \leq 0 \end{cases}$$

Wenn n eine positive Zahl ist, dann gibt es zwei Lösungen zu der Gleichung $|f(x)| = n$, weil es genau zwei Zahlen gibt, für die der Betrag von x gleich n ist: $x = n$ und $x = -n$. Die Existenz zweier verschiedener Lösungen wird deutlich, wenn die Gleichung grafisch gelöst wird.

Beispiel:

Lösen Sie folgende Gleichung: $|5 - 4x| = 6$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Tastenfolge

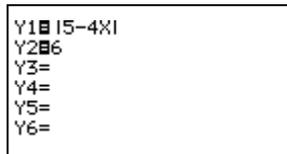
Bildschirm

Hinweise

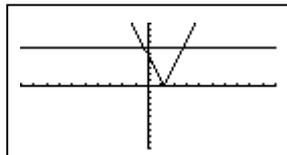
Eingabe der Funktionen

$Y1 = |5 - 4x|$ und $Y2 = 6$

- 1-1 Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.



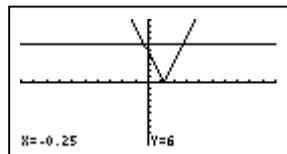
- 1-2 Zeichnen der Graphen:



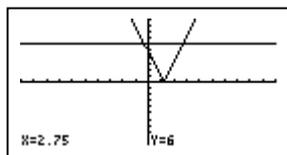
Die beiden Graphen schneiden sich in zwei Punkten.

Bestimmen der Schnittpunkte beider Graphen:

- 1-3 Unterpunkt "2_Intsct" auswählen.



Unterpunkt "2_Intsct" auswählen.



Die Lösung der Gleichung $|5 - 4x| = 6$ ergibt zwei Werte: $x = -0,25$ und $x = 2,75$. Ein weiteres mögliches Vorgehen wäre, die x-Achsenabschnitte der Funktion $y = |5 - 4x| - 6$ zu bestimmen.

Der Gleichungsektor des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht das Schreiben der Betragsfunktion wie im Schulbuch bzw. -heft. Mit der GRAPH-Funktion kann die Lösung einer Betragsfunktion grafisch dargestellt werden.

2.10.3. Lösen von Ungleichungen mit Beträgen

Eine Ungleichung zu lösen, bedeutet, diejenigen Werte zu finden, für die die Ungleichung gültig wird. Eine „Betrags-Ungleichung“ hat die Form $|f(x)| < k$, $|f(x)| \leq k$, $|f(x)| > k$ oder $|f(x)| \geq k$. Die grafische Lösung einer Betrags-Ungleichung wird auf gleiche Weise bestimmt wie bei Gleichungen, die Beträge beinhalten.

Die erste Möglichkeit besteht darin, die Ungleichung so umzuformen, dass rechts des Gleichheitszeichens eine 0 und links des Gleichheitszeichens eine Funktion von x steht.

Eine zweite Möglichkeit besteht darin, die beiden Seiten der Ungleichung als eigene Funktion zu zeichnen.

Beispiel:

Lösen Sie folgende Ungleichungen auf zwei verschiedene Weisen:

- Lösen Sie $\left|20 - \frac{6x}{5}\right| < 8$ durch Umformen der Ungleichung, so dass auf der rechten Seite eine 0 steht.
- Lösen Sie $|3.5x + 4| > 10$ grafisch durch Schraffieren des Lösungsbereiches.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Stellen Sie die Window-Einstellungen wie folgt ein: $-5 < X < 50$, $-10 < Y < 10$: 

 Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:  A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

1-1 Umformen der Gleichung:

$$\left|20 - \frac{6x}{5}\right| < 8$$

$$\Leftrightarrow \left|20 - \frac{6x}{5}\right| - 8 < 0$$

Eingabe der Funktion

$$Y1 = \left|20 - \frac{6x}{5}\right| - 8$$

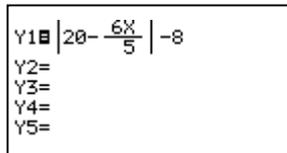
 

1-2 Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.



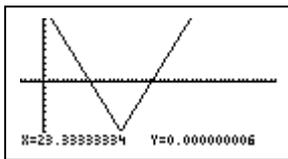
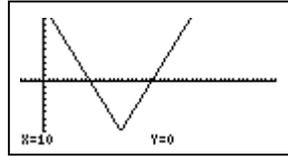
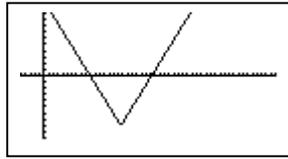
Zeichnen der Graphen und Bestimmen der Nullstellen:

1-3

GRAPH
2ndF CALC
2ndF CALC

Unterpunkt "5_X_Incpt" auswählen

Unterpunkt "5_X_Incpt" auswählen



$y = 0$ für $x = 10$ und $x = 23.3$

1-4 Lösen der Ungleichung:

Da der Graph zwischen den beiden Nullstellen unterhalb der x-Achse verläuft, ist die Lösung der Ungleichung $10 < x < 23.3$.

Eingabe der Funktionen
 $Y1 = |3.5x + 4|$ und $Y2 = 10$

2-1

Y= CL MATH

Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.

3 • 5 X|Y|/n +
4 ENTER 1 0

```
Y1 | 3.5X+4|
Y2 | 10
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
```

Einstellen der Schraffierung und Anzeigen des Lösungsbereiches:

2-2

2ndF DRAW ▼ ▼ ▼
▼ ▼ ▼ ▶ ENTER
2ndF VARS ENTER ▶ ▶
ENTER ▶
2ndF VARS ENTER ▶ ENTER

```
Set shade
  Y2 < Y < Y1
  ~~~~~
  ~~~~~
  ~~~~~
  ~~~~~
```

Da die Ungleichung $Y1 > Y2$ zu lösen ist, liegt der Lösungsbereich oberhalb von $Y2$ und unterhalb von $Y1$.

Window-Einstellungen:
 $-10 < X < 10, -5 < Y < 50$:

2-3

WINDOW (-) 1 0 ENTER
1 0 ENTER ENTER (-)
5 ENTER 5 0 ENTER
5 ENTER

```
Window (Rect)
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=50
Yscl=5
```

2-4

Bestimmen der Schnittpunkte und Lösen der Ungleichung:

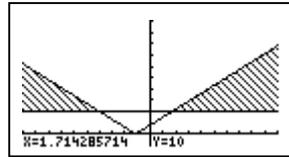
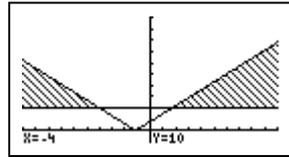
2ndF **CALC**

Unterpunkt "2_Intsct" auswählen

ENTER **2ndF** **CALC**

Unterpunkt "2_Intsct" auswählen

ENTER



Die Schnittpunkte liegen in $(x;y) = (-4 ; 10)$ und $(x;y) = 1.7 ; 10)$. Der Lösungsbereich liegt somit in den Bereichen $x < -4$ und $x > 1.7$

Der Gleichungseditor des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht das Schreiben der Betragsfunktion wie im Schulbuch bzw. -heft. Die grafischen Lösungsmethoden bieten nicht nur eine hilfreiche Visualisierung des Lösungsprozesses, sondern können ebenso auf Ungleichungen angewandt werden, die algebraisch häufig schwierig zu lösen sind. Die SHADE-Funktion des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht die Visualisierung des Lösungsbereiches. Schnittpunkte können leicht ermittelt werden.

2.10.4. Berechnen von Gleichungen mit Beträgen

Der Betrag einer reellen Zahl x wird wie folgt definiert:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x \leq 0 \end{cases}$$

In einfachen Worten ausgedrückt:

Ist x ein negativer Wert, so bildet man den Betrag von x , indem man das Vorzeichen wegstreicht.

Ist x positiv, dann ist der Betrag gleich x .

Beispiel:

Berechnen Sie verschiedene Betragsfunktionen:

1. Berechnen Sie $|-2(5-1)|$

2. Gilt folgende Gleichung? $|-2+7| = |-2|+|7|$

Berechnen Sie hierfür beide Seiten der Gleichung und überprüfen Sie Ihre Antwort.

Gilt $|x+y| = |x|+|y|$ für alle reelle x und y ?

Wenn nicht, für welche x und y gilt $|x+y| = |x|+|y|$?

3. Gilt $\left|\frac{6-9}{1+3}\right| = \frac{|6-9|}{|1+3|}$?

Berechnen Sie jede Seite der Gleichung und überprüfen Sie Ihre Antwort. Berechnen Sie weitere

Beispiele und entscheiden Sie, ob $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ gilt.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Tastensequenz

Bildschirm

Hinweise

1-1

Aufrufen des Berechnungs-
Bildschirms:

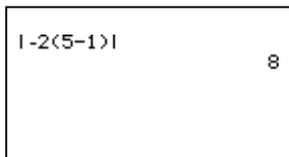


1-2

Eingabe und Berechnung von

$|-2(5-1)|$: **MATH**

Menüpunkt "B_NUM" und ersten
Unterpunkt "1_abs(" auswählen.



Die Lösung ist 8.

2-1 Berechnen von $|-2+7|$ und $|-2|+|7|$

CL **MATH**

Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.

(-) **2** **+** **7** **ENTER**
MATH

Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.

(-) **2** **▶** **+** **MATH**

Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.

7 **ENTER**

$ -2+7 $	5
$ -2 + 7 $	9

$\Rightarrow | -2+7| = 5, | -2| + |7| = 9$
 $\Rightarrow | -2+7| \neq | -2| + |7|$

2-2 Überlegungen zu:

Gilt $|x + y| = |x| + |y|$?

Wenn $x \geq 0$ und $y \geq 0$
z.B. $(x;y) = (2;7)$

$|x + y| = |2 + 7| = 9$
 $|x| + |y| = |2| + |7| = 9 \Rightarrow |x + y| = |x| + |y|$

Wenn $x \leq 0$ und $y \geq 0$
z.B. $(x;y) = (-2;7)$

$|x + y| = | -2 + 7| = 5$
 $|x| + |y| = | -2| + |7| = 9 \Rightarrow |x + y| \neq |x| + |y|$

Wenn $x \geq 0$ und $y \leq 0$
z.B. $(x;y) = (2;-7)$

$|x + y| = |2 + (-7)| = 5$
 $|x| + |y| = |2| + | -7| = 9 \Rightarrow |x + y| \neq |x| + |y|$

Wenn $x \leq 0$ und $y \leq 0$
z.B. $(x;y) = (-2;-7)$

$|x + y| = |(-2) + (-7)| = 9$
 $|x| + |y| = | -2| + | -7| = 9 \Rightarrow |x + y| = |x| + |y|$

Daher gilt

$|x + y| = |x| + |y|$ nur für $x \geq 0$ und $y \geq 0$ und für $x \leq 0$ und $y \leq 0$

3-1 Berechnen von

$\frac{|6-9|}{|1+3|}$ und $\frac{|6-9|}{|1+3|}$

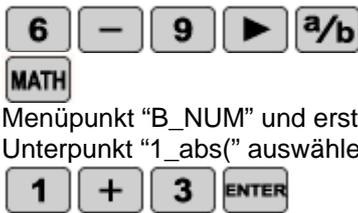
CL **MATH**

Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.

a/b **6** **-** **9** **▶**
1 **+** **3** **ENTER** **MATH**

EL-9900 Grafikrechner

- 3-1** Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen.



$\left \frac{6-9}{1+3} \right $	0.75
$\frac{ 6-9 }{ 1+3 }$	0.75

$$\frac{|6-9|}{|1+3|} = 0.75, \frac{|6-9|}{|1+3|} = 0.75$$

$$\Rightarrow \frac{|6-9|}{|1+3|} = \frac{|6-9|}{|1+3|}$$

- 3-2** Gilt $\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$?

Überlegungen für sowohl positive als auch negative x und y:

Wenn $x \geq 0$ und $y > 0$
z.B. $(x;y) = (2;7)$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|2|}{|7|} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|2|}{|7|} = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$$

Wenn $x \leq 0$ und $y > 0$
z.B. $(x;y) = (-2;7)$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|-2|}{|7|} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|-2|}{|7|} = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$$

Wenn $x \geq 0$ und $y < 0$
z.B. $(x;y) = (2;-7)$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|2|}{|-7|} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|2|}{|-7|} = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$$

Wenn $x \leq 0$ und $y < 0$
z.B. $(x;y) = (-2;-7)$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|-2|}{|-7|} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|-2|}{|-7|} = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$$

Daher gilt $\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$ für alle

x und y \neq 0

Der Gleichungseditor des Grafikrechners EL-9900G ermöglicht das Schreiben der Betragsfunktion wie im Schulheft. Die Gesetze der Arithmetik des Betrages sind mit Hilfe der arithmetischen Operationen der Betragsfunktion leicht erlernbar.

2.11. Rationale Funktionen

2.11.1. Zeichnen rationaler Funktionen

Eine rationale Funktion $f(x)$ wird als Quotient $\frac{p(x)}{q(x)}$ definiert, wobei $p(x)$ und $q(x)$ mit $q(x) \neq 0$ Polynom-

Funktionen sind. Der Definitionsbereich einer rationalen Funktion beinhaltet alle x , für die der Nenner $q(x)$ ungleich 0 ist.

Eine rationale Funktion umfasst alle Äste, die durch vertikale Asymptoten (sog. Polstellen) voneinander getrennt sind. Die vertikalen Asymptoten befinden sich in x , für die der Nenner $q(x) = 0$ und zugleich der Zähler $p(x) \neq 0$ ist. Zudem kann es auch andere Asymptoten, wie z.B. horizontale Asymptoten ($y = k$) geben, der sich die rationale Funktion beliebig nähert, aber bei sehr großem $|x|$ niemals schneiden wird.

Eine rationale Funktion besitzt genau dann Nullstellen, wenn es x -Werte gibt, für die der Zähler $p(x) = 0$, aber der Nenner $q(x) \neq 0$ ist. $f(0)$ liefert hingegen den Schnittpunkt mit der y -Achse.

Beispiel:

Zeichnen Sie die rationale Funktion und überprüfe die u.g. Punkte:

1. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$.
2. Bestimmen Sie den Definitionsbereich von $f(x)$ und die vertikale Asymptote von $f(x)$.
3. Bestimmen Sie die Schnittpunkte von $f(x)$ mit der x - und y -Achse.
4. Berechnen Sie die horizontale Asymptote von $f(x)$.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

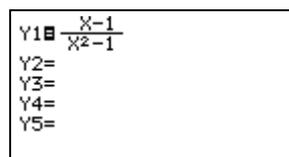
Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

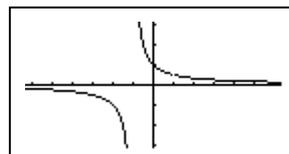
1-1 Eingabe von $Y1 = \frac{x-1}{x^2-1}$

Y=	a/b	X RT/n	-	1
▼	X RT/n	x ²	-	1



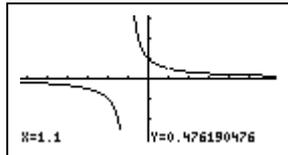
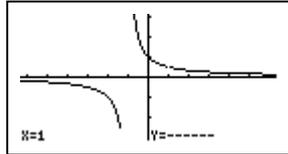
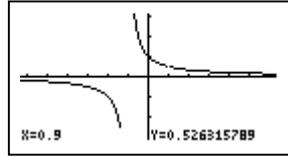
1-2 Zeichnen des Graphen:

GRAPH



Die Funktion besteht aus zwei Ästen, die durch eine vertikale Asymptote getrennt werden.

- 2 Bestimmen des Definitionsbereiches und der vertikalen Asymptote von $f(x)$ durch „Abwandern“ des Graphen:
- TRACE  (wiederholend)
- 
- 



Da $f(x)$ wie folgt geschrieben werden kann

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-1)},$$

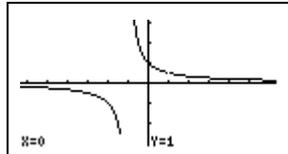
umfasst der Definitionsbereich alle reellen $x \neq \pm 1$.

In $x = 1$ existiert keine Polstelle, da für $x = 1$ auch der Zähler gleich 0 ist.

Die nächste angezeigte Koordinate ist $x = 0.9, y = 0.52$. In $x = 1$ wird kein y -Wert angegeben, da $x = 1$ nicht im Definitionsbereich liegt.

Daher gibt es nur in $x = -1$ eine Polstelle.

- 3 Bestimmen der Schnittpunkte von $f(x)$ mit der x - und y -Achse:
- 2ndF  
- Unterpunkt "6_Y_Incpt" auswählen
- 



Der Schnittpunkt mit der y -Achse liegt in $(x;y) = (0;1)$.

Einen Schnittpunkt mit der x -Achse gibt es nicht.

- 4 Bestimmen der horizontalen Asymptote von $f(x)$.

Die Gerade $y = 0$ (d.h. die x -Achse) sieht wie eine horizontale Asymptote von $f(x)$ aus.

Die GRAPH-Funktion des Grafikrechners EL-9900G gibt die Äste einer rationalen Funktion wieder. Zudem ermöglicht der Grafikrechner die Bestimmung der Achsenabschnitte.

2.11.2. Lösen rationaler Ungleichungen

Eine rationale Funktion $f(x)$ wird als Quotient $\frac{p(x)}{q(x)}$ definiert, wobei $p(x)$ und $q(x)$ mit $q(x) \neq 0$ Polynom-

Funktionen sind. Die Lösungen einer rationalen Ungleichung können auf gleiche Weise wie die Lösung einer normalen Ungleichung grafisch ermittelt werden. Die Lösungen können bestimmt werden, indem man beide Seiten der Ungleichung als eine eigenständige Funktion zeichnet.

Beispiel:

Lösen Sie folgende Ungleichung, indem Sie beide Seiten der Ungleichung als eigenständige Funktion zeichnen:

$$\left| \frac{x}{1-x^2} \right| \leq 2$$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

Eingabe von

$$Y1 = \frac{x}{1-x^2} \text{ und } Y2 = 2$$

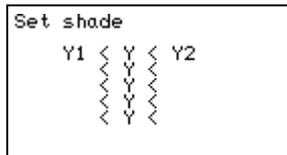
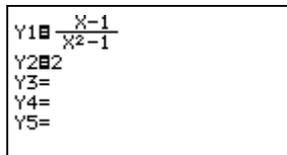
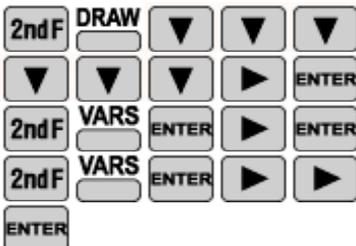


1-1 Menüpunkt "B_NUM" und ersten Unterpunkt "1_abs(" auswählen



Einstellen der Schraffierung und Anzeigen des Lösungsbereiches:

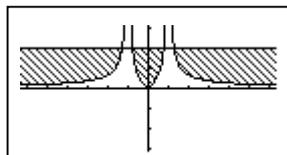
1-2



Da $Y1 \leq Y2$ sein soll, muss in dieser Ansicht $Y1 < Y < Y2$ gesetzt werden.

1-3

Zeichnen der Graphen:



EL-9900 Grafikrechner

Bestimmen der Schnittpunkte und Lösen der Ungleichung:

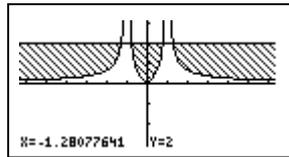
4x:

1-4

2ndF **CALC**

Unterpunkt "2_Intsct" auswählen

ENTER



Die Schnittpunkte liegen in $x = -1.3, -0.8, 0.8$ und 1.3 .

Die Lösungen der Ungleichung liegen in den schraffierten Bereichen, für die gilt:

$x \leq -1.3$ oder $-0.8 \leq x \leq 0.8$ oder $x \geq 1.3$

Der Grafikrechners EL-9900G ermöglicht durch das Schraffieren das Visualisieren eines Lösungsbereiches einer Ungleichung. Ebenso können die Schnittpunkte leicht ermittelt werden.

2.12. Ermitteln einer linearen Funktionsgleichung

Für die Ermittlung einer linearen Funktionsgleichung benötigt man mindestens zwei Punkte ihres Graphen. Schreibt man die x- und y-Koordinaten der bekannten Punkte P_1 und P_2 in eine Wertetabelle, d.h. in zwei verschiedene Listen, so kann man mit Hilfe einer linearen Regression die gesuchte Funktionsgleichung mit dem Grafikrechner EL-9900G bestimmen.

Beispiel:

Gegeben seien zwei Punkte $P_1 = (1/3)$ und $P_2 = (2/4)$. Ermitteln Sie die Gleichung einer linearen Funktion, deren Graph durch diese beiden Punkte geht.

1. Geben Sie die x-Koordinaten der beiden Punkte in Liste L1 ein.
2. Geben Sie die y-Koordinaten der beiden Punkte in Liste L2 ein.
3. Ermitteln Sie die Gleichung einer linearen Funktion, deren Graph durch die gegebenen Punkte führt.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

Tastenfolge

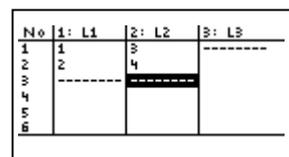
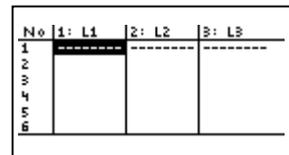
Bildschirm

Hinweise

Eingabe der Punkte P_1 und P_2 :

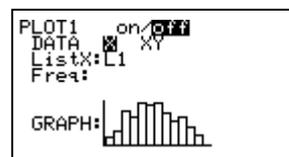
Eingabe der x-Koordinaten in L1 und der y-Koordinaten in L2:

1



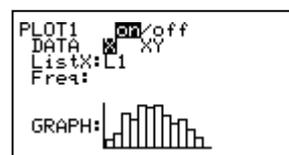
2-1

Graphische Darstellung der Listenpunkte:

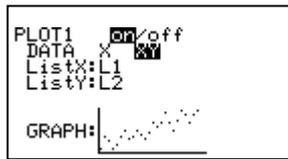


2-2

Einschalten der graphischen Darstellung:



2-3 Auswählen der XY-Daten:



Die x-Koordinaten werden als x-Liste in L1 und die y-Koordinaten als y-Liste in L2 angezeigt. Sollte eine andere Liste gewünscht sein, so kann man L1 und L2 durch die gewünschte Liste wie folgt ersetzen:

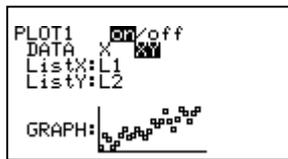


2-4 Cursor auf den Unterpunkt „Graph“ bringen und die Auswahl aufrufen:

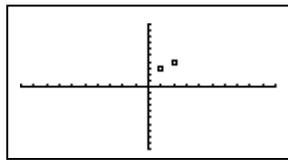


Auswahl der graphischen Darstellung der Listenpunkte: Menüpunkt „G_S.D.“, dritten Unterpunkt „Scattr □“:

2-5



2-6 Zeichnen des Graphen:

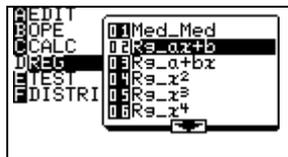


3-1

Ermitteln der Funktionsgleichung. Aufrufen der STAT-Funktion:



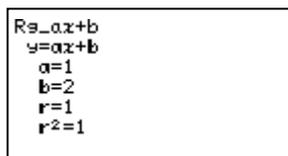
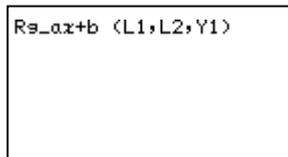
Auswahl der linearen Regression in allg. Form:



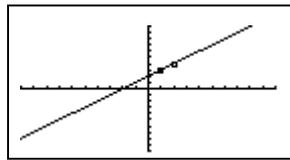
Vervollständigen und bestimmen der Regression:



3-2



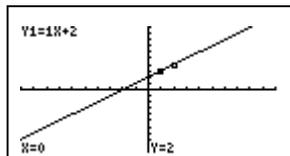
3-3 Zeichnen des Graphen:



Anzeigen der Funktionsgleichung:



3-4 Im Menüpunkt „B_EXPRES“ den ersten Unterpunkt „1_ON“ auswählen.



Ausschalten der graphischen Darstellung:

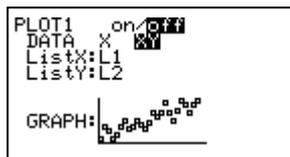
- der Listenpunkte:



- der Regressionsgeraden:



3-5



Mit Hilfe der STAT- und der STAT PLOT-Funktion ist es möglich zu gegebenen Punkten eine Funktionsgleichung zu ermitteln, deren Graph durch die gegebenen Punkte hindurch geht.

2.13. Parabeln

2.13.1. Zeichnen von Parabeln

Den Graphen einer quadratischen Gleichung ($y = ax^2 + bx + c$) nennt man "Parabel". Manchmal nimmt die quadratische Gleichung auch die Form $x = ay^2 + by + c$ an.

Die zuletzt genannte Form kann nicht direkt in den Grafikrechner eingegeben werden, da:

1. Funktionen nur in die Liste von Y= eingegeben werden können und
2. unter Y= eingegebene Funktionen Terme von x abhängig sein müssen.

Es gibt jedoch zwei Methoden, wie man solche Parabeln zeichnen kann:

1. Möglichkeit:

Man betrachtet die „oberen“ und „unteren“ Teile der Parabel als zwei voneinander getrennte Graphen bzw. Funktionen. Das bedeutet, man löst die Parabel-Gleichung nach y auf und gibt zwei Funktionen unter Y= ein.

2. Möglichkeit:

Man wählt den parametrisch zeichnenden Modus (2ndF SET UP) des Grafikrechners aus und gibt parametrische Gleichungen der Parabel ein. Auf diese Weise muss die Gleichung von y nicht algebraisch gelöst werden. Parametrische Darstellungen sind Gleichungspaare $x = F(t)$ und $y = F(t)$, die x bzw. y durch Terme mit einem dritten Parameter t ausdrücken.

Beispiel:

Zeichnen Sie eine Parabel auf zwei verschiedene Weisen:

1. Zeichnen Sie die Parabel $x = y^2 - 2$ im rechtwinkligen Koordinatensystem.
2. Zeichnen Sie die Parabel $x = y^2 - 2$ im parametrischen Koordinatensystem.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Bildschirm

Hinweise

1-1 Auflösen der Gleichung nach y:

$$\begin{aligned} & x = y^2 - 2 \\ \Leftrightarrow & x + 2 = y^2 \\ \Leftrightarrow & y = \pm \sqrt{x + 2} \end{aligned}$$

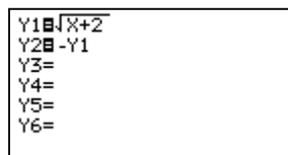
Eingabe von

$Y1 = \sqrt{x + 2}$ und $Y2 = -Y1$

1-2

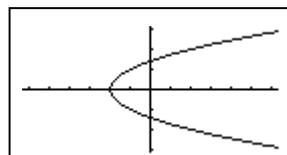


Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



1-3

Zeichnen der Graphen:

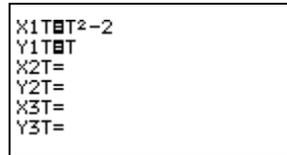


Der Graph von $y = \sqrt{x + 2}$ verläuft oberhalb der x-Achse, der Graph von $y = -\sqrt{x + 2}$ verläuft unterhalb der x-Achse.

- 2-1 Wechseln zum parametrischen Koordinatensystem:
 Im Menüpunkt "E_COORD" den zweiten Unterpunkt "2_Param" auswählen.

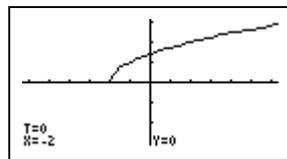


- 2-2 Umformen von $x = y^2 - 2$ in die parametrische Form und Eingabe von $X1T = T^2 - 2$ und $Y1T = T$ ein.



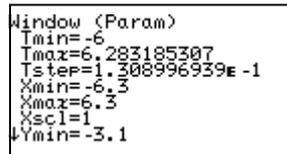
Sei $y = T$. Eingesetzt in $x = y^2 - 2$ ergibt: $x = T^2 - 2$.

- 2-3 Zeichnen der Graphen und Nachvollziehen, warum nur die Hälfte des Graphen gezeichnet wird, mit Hilfe des „Cursors“:

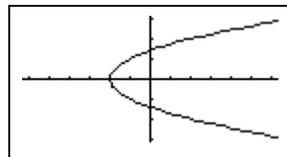


Der Graph beginnt in $T = 0$ und steigt an. Da die Einstellung des Fensters für $T \geq 0$ gewählt ist, wird der Bereich $T < 0$ nicht gezeichnet.

- 2-4 Verändern der Fenster-Einstellungen, so dass $Tmin = -6$ ist:



- 2-5 Zeichnen des vollständigen Graphen:



Der Grafikrechners EL-9900G bietet zwei leicht durchzuführende Möglichkeiten, Parabeln zu zeichnen.

2.14. Kreise und Ellipsen

2.14.1. Zeichnen von Kreisen

Die allgemeine Gleichung für einen Kreis mit dem Radius r und dem Mittelpunkt $(h;k)$ lautet:
 $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

Statt die allgemeine Form im rechtwinkligen Koordinatensystem abzubilden, ist es notwendig, die Gleichung zunächst mit Hilfe der quadratischen Ergänzung nach y aufzulösen.

Beispiel:

Zeichnen Sie Kreise im rechtwinkligen Koordinatensystem. Lösen Sie hierfür die Gleichung nach y auf:

1. Zeichnen Sie $x^2 + y^2 = 4$.
2. Zeichnen Sie $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 2$.

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastensequenz

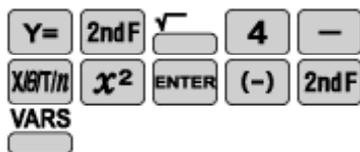
Bildschirm

Hinweise

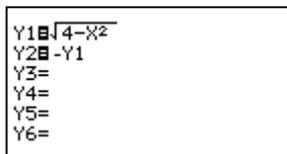
Auflösen der Gleichung nach y und Eingabe von

$$Y1 = \sqrt{4 - x^2} \text{ u. } Y2 = -\sqrt{4 - x^2}$$

1-1



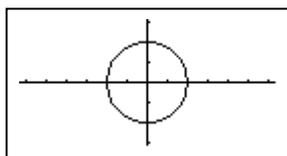
Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



$$\Leftrightarrow \begin{aligned} y^2 &= 4 - x^2 \\ y &= \pm \sqrt{4 - x^2} \end{aligned}$$

1-2

Zeichnen des Graphen:



Gezeichnet wird der Kreis mit dem Radius r und dem Nullpunkt als Mittelpunkt.

2-1

Auflösen der Gleichung nach y mit Hilfe der quadratischen Ergänzung:

$$\begin{aligned} &x^2 - 2x + y^2 + 4y = 2 \\ \Leftrightarrow &x^2 - 2x + y^2 + 4y + 4 = 2 + 4 \\ \Leftrightarrow &x^2 - 2x + (y + 2)^2 = 6 \\ \Leftrightarrow &(y + 2)^2 = 6 - x^2 + 2x \\ \Leftrightarrow &y + 2 = \pm \sqrt{6 - x^2 + 2x} \\ \Leftrightarrow &y = \pm \sqrt{6 - x^2 + 2x} - 2 \end{aligned}$$

quadratische Ergänzung

Eingabe von $Y1 = \sqrt{6-x^2+2x}$,
 $Y2 = Y1 - 2$ und $Y3 = -Y1 - 2$:

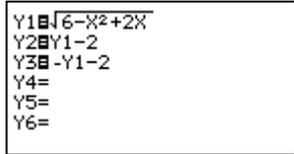


2-2

Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



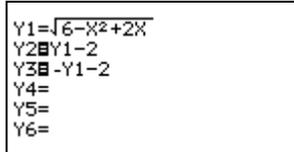
Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



Berücksichtigen Sie, dass wenn Sie $Y1 = \pm\sqrt{6-x^2+2x}-2$ und $Y2 = -Y1$ eingeben, der Graph dann keinen Kreis ergibt, weil "±" sich lediglich auf die Wurzel, jedoch nicht auf die "-2" bezieht.

2-3

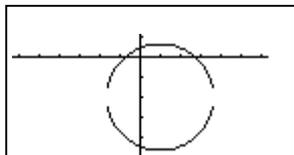
Y1 deaktivieren, so dass der Graph von Y1 nicht gezeichnet wird:



In der Y1-Zeile ist „=" nicht mehr dunkel hinterlegt.

2-4

Anpassen des Bildschirms durch Verschieben des Fensters um 2 Einheiten nach unten, so dass der gesamte Graph angezeigt wird:



$-3.1 < Y < 3.1$
 $-5.1 < Y < 1.1$

Mit dem Grafikrechners EL-9900G können Kreise sehr leicht gezeichnet werden.

2.14.2. Zeichnen von Ellipsen

Die allgemeine Gleichung für eine Ellipse mit dem Mittelpunkt (h;k) und einer großen Halbachse a und einer kleinen Halbachse b lautet:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Diese Form der Gleichung kann nicht direkt in den Grafikrechner eingegeben werden, da:

1. Funktionen nur in die Liste von Y= eingegeben werden können und
2. Unter Y= eingegebene Funktionen Terme von x sein müssen.

Um dennoch den Graphen einer Ellipse zeichnen zu können, muss man die „obere“ und die „untere“ Hälfte der Ellipse als zwei voneinander getrennte Teile des Graphen bzw. Funktionen betrachten, indem man die Gleichung der Ellipse nach y auflöst und die beiden Teile unter Y= eingibt.

Beispiel:

Zeichnen Sie eine Ellipse im rechtwinkligen Koordinatensystem. Lösen Sie hierfür die Gleichung nach y auf:

Zeichnen Sie die Ellipse $3(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Auflösen der Gleichung nach y mit Hilfe der quadratischen Ergänzung und Eingabe folgender Funktionen:

$$Y1 = \sqrt{3 - 3(x - 3)^2}$$

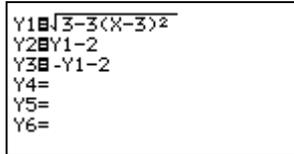
$$Y2 = Y1 - 2$$

$$Y3 = -Y1 - 2$$

1



Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.

Bildschirm

Hinweise

$$\Leftrightarrow 3(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (y + 2)^2 = 3 - 3(x - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow y + 2 = \pm \sqrt{3 - 3(x - 3)^2}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm \sqrt{3 - 3(x - 3)^2} - 2$$

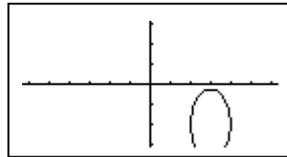
2 Y1 deaktivieren, so dass der Graph von Y1 nicht gezeichnet wird:



```

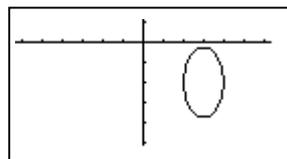
Y1=√3-3(X-3)²
Y2=|Y1-2
Y3=|Y1-2
Y4=
Y5=
Y6=
    
```

3 Zeichnen des Graphen:



4 Anpassen des Bildschirms durch Verschieben des Fensters um 2 Einheiten nach unten:

4



$$-3.1 < Y < 3.1$$

$$-5.1 < Y < 1.1$$

Mit dem Grafikrechners EL-9900G können Ellipsen sehr leicht gezeichnet werden.

2.15. Hyperbeln

2.15.1. Zeichnen von Hyperbeln

Die allgemeine Gleichung für eine Hyperbel lautet:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ mit den Scheitelpunkten } (h \pm a; k) \text{ oder}$$

$$\frac{(x-k)^2}{b^2} - \frac{(y-h)^2}{a^2} = 1 \text{ mit den Scheitelpunkten } (h; k \pm b).$$

Diese Form der Gleichung kann nicht direkt in den Grafikrechner eingegeben werden, da:

1. Funktionen nur in die Liste von Y= eingegeben werden können und
2. Unter Y= eingegebene Funktionen Terme von x sein müssen.

Um dennoch den Graphen einer Hyperbel zeichnen zu können, muss man die „obere“ und die „untere“ Hälfte der Hyperbel als zwei voneinander getrennte Teile des Graphen bzw. Funktionen betrachten, indem man die Gleichung der Hyperbel nach y auflöst und die beiden Teile unter Y= eingibt.

Beispiel:

Zeichnen Sie eine Hyperbel im rechtwinkligen Koordinatensystem. Lösen Sie hierfür die Gleichung nach y auf.

Zeichnen Sie die Hyperbel $x^2 + 2x - y^2 - 6y + 3 = 0$

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.



Stellen Sie unter ZOOM das Fenster auf „dezimal“ ein:



A_ZOOM und 7_Dec auswählen.

Tastenfolge

Auflösen der Gleichung nach y mit Hilfe der quadratischen Ergänzung und Eingabe folgender Funktionen:

$$Y1 = \pm \sqrt{x^2 + 2x + 12}$$

$$Y2 = Y1 - 3$$

$$Y3 = -Y1 - 3$$



Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



Im Menüpunkt "A_EQVARS" den ersten Unterpunkt "1_Y1" auswählen.



Bildschirm

```

Y1=√X^2+2X+12
Y2= Y1-3
Y3=-Y1-3
Y4=
Y5=
Y6=
    
```

Hinweise

$$x^2 + 2x - y^2 - 6y = -3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - y^2 - 6y - 9 = -3 - 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - (y^2 + 6y + 9) = -12$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - (y + 3)^2 = -12$$

$$\Leftrightarrow (y + 3)^2 = x^2 + 2x + 12$$

$$\Leftrightarrow y + 3 = \pm \sqrt{x^2 + 2x + 12}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm \sqrt{x^2 + 2x + 12} - 3$$

1

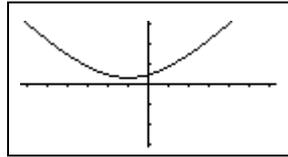
- 2 Y1 deaktivieren, so dass der Graph von Y1 nicht gezeichnet wird:



```

Y1=√(X²+2X+12)
Y2=|Y1-3|
Y3=|Y1-3|
Y4=
Y5=
Y6=
    
```

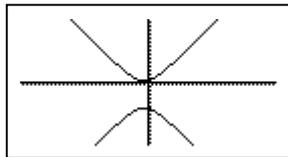
- 3 Zeichnen des Graphen:



- 4 Anpassen des Bildschirms durch Heraus-Zoomen:



Im Menüpunkt "A_ZOOM" den ersten Unterpunkt "4_Out" auswählen.



Mit dem Grafikrechners EL-9900G können Hyperbeln sehr leicht gezeichnet werden.

2.16. Vektorrechnung: Skalarprodukt

2.16.1. Eingabe und Multiplikation von Vektoren (Skalarprodukt) mit Hilfe der Matrix-Funktion

Ein Vektor \vec{v} kann als (1xn)- bzw. (nx1)-Matrix dargestellt und somit als solche auch in den Grafikrechner eingegeben werden.

Das Skalarprodukt zweier Vektoren \vec{v} und \vec{w} kann als reelle Zahl wie folgt berechnet werden:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = \sum_{i=1}^3 \alpha_i\beta_i$$

Das bedeutet, dass das Skalarprodukt mit Hilfe der Matrix-Funktion bestimmbar ist, indem man für den Vektor \vec{v} eine (1xn)- Matrix A und für den Vektor \vec{w} eine (nx1)-Matrix B eingibt und diese anschließend miteinander multipliziert.

Beispiel:

Geben Sie zwei Vektoren als Matrizen A und B ein und führen Sie die Multiplikation dieser beiden Matrizen aus.

- | | | |
|---|---|---|
| | A | B |
| 1. Geben Sie eine 1x3-Matrix A ein. | $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ |
| 2. Geben Sie eine 3x1-Matrix B ein. | | |
| 3. Multiplizieren Sie die Matrizen A und B. | | |

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

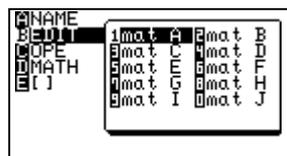
Die MATRIX-Funktion befindet sich nur auf der blauen Fortgeschrittenen-Tastatur.

Tastenfolge

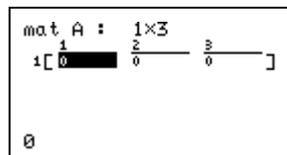
Bildschirm

Hinweise

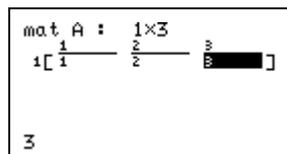
- 1-1 Aufruf der MATRIX-Funktion:



- 1-2 Eingabe der Dimension der Matrix A mit 1 Zeile und 3 Spalten:



- 1-3 Zeilenweise Eingabe der Koordinaten:

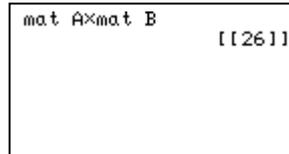


2 Analoge Eingabe der (3x1)-Matrix B:



Multiplikation der Matrix A mit der Matrix B:

3-1



Die Matrizen-Multiplikation kann nur dann durchgeführt werden, wenn die Anzahl der Spalten der Matrix A der Anzahl der Zeilen der Matrix B entsprechen.

Löschen der eingegebenen Matrizen:

3-2



Das Skalarprodukt zweier Vektoren \vec{v} und \vec{w} kann mit dem Grafikrechner sehr leicht bestimmt werden.

2.16.2. Eingabe und Multiplikation von Vektoren (Skalarprodukt) mit Hilfe der List-Funktion

Ein Vektor \vec{v} kann auch als Liste in den Grafikrechner eingegeben werden.

Das Skalarprodukt zweier Vektoren \vec{v} und \vec{w} kann als reelle Zahl wie folgt berechnet werden:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = \sum_{i=1}^3 \alpha_i\beta_i$$

Das bedeutet, dass das Skalarprodukt mit Hilfe der List-Funktion in Verbindung mit dem Summenbefehl bestimmbar ist, indem man für den Vektor \vec{v} in Liste 1 und für den Vektor \vec{w} in Liste 2 einträgt und anschließend die Summenliste der beiden eingegebene Listen ermittelt.

Beispiel:

Geben Sie zwei Vektoren \vec{v} und \vec{w} als Listen ein und ermitteln sie die Summe dieser beiden Listen.

- | | | |
|---|---|---|
| | \vec{v} | \vec{w} |
| 1. Geben Sie für L1 den Vektor \vec{v} ein: | $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ |
| 2. Geben Sie für L2 den Vektor \vec{w} ein. | | |
| 3. Bestimmen Sie die Summe der beiden Listen | | |

Vor dem Starten

Durch die Einstellungen kann es zu Differenzen zwischen den berechneten Ergebnissen und ihrer graphischen Darstellung kommen. Setzen Sie daher die Einstellungen auf die ursprünglichen Werte zurück und löschen Sie alle Daten.

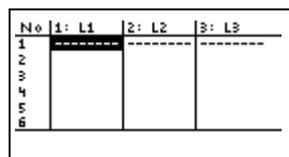
Die LIST-Funktion befindet sich nur auf der blauen **Fortgeschrittenen-Tastatur**.

Tastenfolge

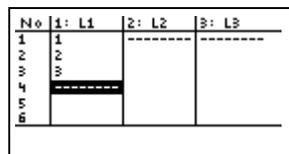
Bildschirm

Hinweise

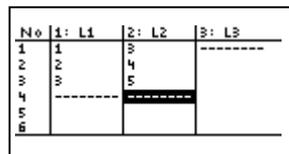
1 Eingabe der Vektoren \vec{v} und \vec{w} als Liste L1 und L2:
 



1-1 Eintragen der Koordinaten von \vec{v} in L1:
    

1-2 Eintragen der Koordinaten von \vec{w} in L2:
    
 



2 Bestimmen des Skalarprodukts von \vec{v} und \vec{w} :

Aufrufen der List-Funktion:



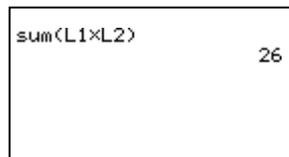
Auswählen der Listensumme:

2-1



Bestimmen der Listensumme:

2-2



Das Skalarprodukt zweier Vektoren \vec{v} und \vec{w} kann mit dem Grafikrechner sehr leicht bestimmt werden.

3. Tipps & Tricks

Die Aufgabenbeispiele im Kapitel 2 können sicherlich nicht das gesamte Spektrum aller Möglichkeiten wiedergeben, die der Grafikrechner im Mathematikunterricht bietet. Im Schulalltag wird man sicherlich in Abhängigkeit von Rahmenrichtlinien und zu unterrichtender Lerngruppen verschiedene Anwendungsaufgaben lösen wollen. Spätestens bei der grafischen Darstellung zeigt es sich dann, dass der eine oder andere Trick hilfreich ist, um die Lösung korrekt darstellen und verstehen zu können. Aus diesem Grunde sollen im Folgenden einige dieser Tricks verraten werden:

3.1. Ergebnisse in Bruchdarstellung anzeigen

Um das Ergebnis einer Berechnung als einen Bruch darstellen zu können, muss folgende Einstellung vorgenommen werden:

 drücken, den 6. Menüpunkt "F_ANSWER" und den 2. Unterpunkt "2_Mixed (Real)" für gemischte Brüche oder den 3. Unterpunkt "3_Improp (Real)" für unechte Brüche auswählen.

3.2. Günstige Zoom-Einstellung für komplizierte Funktionen

Bei den meisten Aufgabenbeispielen wurde bereits im Abschnitt „vor dem Starten“ darauf hingewiesen, eine günstigere Zoom-Einstellung auszuwählen. Ohne diese würde der Graph der Funktion auf dem Display evtl. falsch wiedergegeben werden. Dies liegt nicht etwa an einer fehlerhaften Berechnung, sondern vielmehr an einer zu groben Skalierung der x- und y-Achse.

3.2.1. Dezimale Zoom-Einstellung

In den meisten Fällen ist die Zoom-Einstellung „dezimal“ empfehlenswert: Drücken Sie dafür die ZOOM-Taste und wählen Sie im Zoom-Menü den 7. Unterpunkt „Dec“ aus.

3.2.2. x-y-Skalierung 1:1

Sollten Sie auf einfachste Weise eine 1:1-Skalierung bevorzugen, können Sie diese Einstellung ebenfalls im Zoom-Menü vornehmen: Drücken Sie dafür die ZOOM-Taste und wählen Sie im Zoom-Menü den 6. Unterpunkt „Square“ aus.

3.3. Funktionsgleichung zum Graphen einblenden

Häufig bietet es sich an, nicht nur den Graphen einer Funktion zu zeichnen, sondern zusätzlich die Funktionsgleichung anzeigen zu lassen.

Hierfür drücken Sie , wählen im Format-Menü den Unterpunkt „B_EXPRES“ aus und schalten ihn mit dem ersten Unterpunkt „1_ON“ ein.

Anschließend drücken Sie .

3.4. Eingabe-Korrektur nach bereits erfolgter Berechnung

Im normalen Berechnungsmodus kann es vorkommen, dass bereits die gesamte Aufgabe eingegeben wurde und erst nach ihrer Berechnung ein Fehler innerhalb der Eingabe festgestellt wird. Statt nun die gesamte Eingabe mit der Clear-Taste zu löschen und erneut vorzunehmen, kann dieser Aufwand erspart bleiben, indem man die ursprüngliche Eingabe wie folgt bearbeitet:

1. Drücken Sie , um in die eingegebene Berechnung zurück zu gelangen.
2. Mit den Pfeiltasten gehen Sie an die zu korrigierenden Stellen zurück.
3. Löschen Sie die Fehleingabe mit  bzw.  und nehmen Sie die korrekte Eingabe vor.

SHARP

Sharp Electronics (Europe) GmbH
Sonninstraße 3, 20097 Hamburg, Germany
Tel.: (040)23 76-0 · Fax.: (040) 23 76-2919

Zweigniederlassung Österreich

Handelskai 342, 1020 Wien, Austria
Tel.: (0222) 7 27 19-0 · Fax.: (0222) 7 27 19-109

www.sharp.de

Die Anfertigung einer notwendigen Anzahl von Fotokopien für den Einsatz in einer Klasse, einer Lehrerfortbildung oder einem Seminar ist gestattet. Jede Verwertung in anderen als den genannten oder den gesetzlich zulässigen Fällen ist ohne schriftliche Zustimmung von Sharp nicht zulässig.

Bestellnummer: **EL-9900G LHRSEK I**

Weitere Informationen erhalten Sie auf: www.sharp-in-der-schule.de